الأستاذ: تبيب حكيم	السنة الدراسية: 2026/2027
التصحيح المفصل — سلسلة تمارين: القانون الثاني لنيوتن وحركة الكواكب والأقمار الاصطناعية	
المستوى: السنة الثالثة ثانوي (الشعب العلمية)	الوحدة: تطور جملة ميكانيكية

حل التمرين 1: التحقق من القانون الثاني لنيوتن بالتصوير المتعاقب

1- الجملة: العربة. القوى الخارجية: الثقل $\vec{P}$ ، تأثير النضد $\vec{R}$ (عمودي على النضد لانعدام الاحتكاك)، وقوة الخيط $\vec{F}$ الأفقية. الحركة أفقية فلا تسارع على الشاقول، ومنه $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ ، إذن:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{F}$$

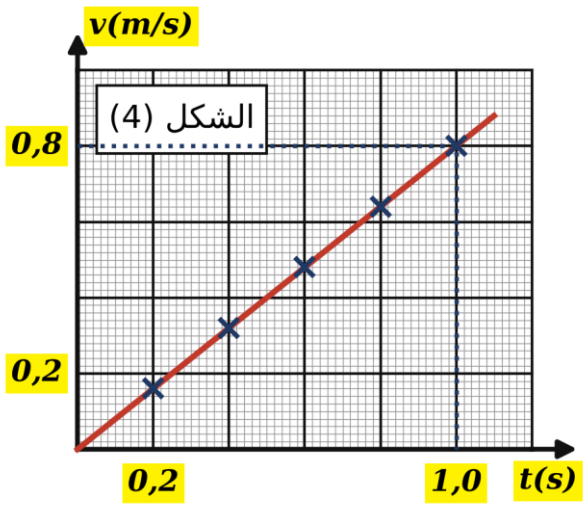
2- نقيس $M_{i-1}M_{i+1}$ على الشكل ونضربها في سلم الرسم. مثال الحساب عند M_1 و M_2 :

$$v_1 = \frac{M_0M_2}{2\tau} = \frac{1{,}6 \times 0{,}04}{2 \times 0{,}20} = 0{,}16\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$a_2 = \frac{v_3 - v_1}{2\tau} = \frac{0{,}48 - 0{,}16}{2 \times 0{,}20} = 0{,}80\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

الموضع	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
t (s)	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00
$M_{i-1}M_{i+1}$ على الشكل (cm)	1,6	3,2	4,8	6,4	8,0
v_i ($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$)	0,16	0,32	0,48	0,64	0,80
a_i ($\mathrm{m \cdot s^{-2}}$)	/	0,80	0,80	0,80	/

3- البيان (الشكل 4) مستقيم يمر من المبدأ، إذن $v = a\,t$ مع a ثابت: **الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام (متسارعة بانتظام)**.



4- التسارع هو ميل البيان:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0{,}80 - 0}{1{,}00 - 0} = 0{,}80\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

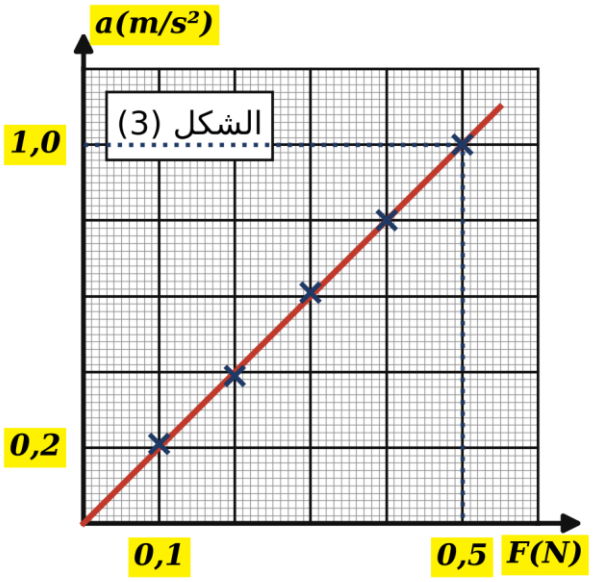
وهي نفس القيم a_i المحسوبة في الجدول.

5- لدينا:

$$\frac{F}{M} = \frac{0{,}40}{0{,}50} = 0{,}80\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

إذن $a = \frac{F}{M}$. الشعاعان $\vec{a}$ و $\vec{F}$ لهما نفس الحامل (المحور Ox) ونفس الجهة (جهة الحركة): نلاحظ أن $\vec{F} = M\,\vec{a}$.

6- البيان (الشكل 3) مستقيم يمر من المبدأ، إذن a يتناسب طردا مع F : $a = k\,F$



7- الميل:

$$k = \frac{\Delta a}{\Delta F} = \frac{1{,}00 - 0}{0{,}50 - 0} = 2{,}0\ \text{kg}^{-1}$$

لأن وحدة $\frac{a}{F}$ هي $\text{kg}^{-1} = \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{N}^{-1}$. ومن جهة أخرى:

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{0{,}50} = 2{,}0\ \text{kg}^{-1}$$

إذن $k = \frac{1}{M}$

8- نكمل الجدول:

M (kg)	0,25	0,40	0,50	0,80	1,00
a ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)	1,58	1,01	0,80	0,50	0,40
$M \times a$ (N)	0,395	0,404	0,400	0,400	0,400

الجداء $M \times a$ ثابت في حدود أخطاء القياس ويساوي $F = 0{,}40\ \text{N}$: **التسارع يتناسب عكسا مع الكتلة.**

9- تحققنا إذن من القانون الثاني لنيوتن:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$$

وشعاع التسارع له نفس حامل ونفس جهة محصلة القوى، أي جهة $\vec{F}$ (جهة الحركة هنا).

10- بالإسقاط على (Ox) : $F - f = M\,a$ ومنه:

$$a = \frac{F - f}{M} = \frac{1}{M}F - \frac{f}{M}$$

يبقى البيان مستقيما بنفس الميل $2{,}0\ \text{kg}^{-1}$ ، لكنه لا يمر من المبدأ: يقطع محور F عند $F = f = 0{,}05\ \text{N}$

حل التمرين 2: قوانين كبلر

1- القانون الأول (قانون المدارات): تتحرك الكواكب في مدارات إهليلجية تشغل الشمس أحد محرقيها. المرجع المناسب هو المرجع الهيليومركزي.

2- القانون الثاني (قانون المساحات): يمسح المستقيم الرابط بين الشمس والكوكب مساحات متساوية خلال مدد زمنية متساوية. المدتان متساويتان، إذن $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2$

3- لكي تتساوى المساحتان، يجب أن يكون القوس القريب من الشمس أطول: $M_1M_2 > M_3M_4$ خلال نفس المدة. إذن السرعة **أكبر عند الحضيض** P وأصغر عند الأوج A

4- نتائج الحساب:

الكوكب	عطارد	الزهرة	الأرض	المريخ
$\frac{T^2}{a^3}$ $(\text{j}^2 \cdot \text{ua}^{-3})$	$1{,}34 \times 10^5$	$1{,}34 \times 10^5$	$1{,}33 \times 10^5$	$1{,}33 \times 10^5$

النسبة تبقى نفسها تقريبا لكل الكواكب (نحو $1{,}334 \times 10^5\ \text{j}^2 \cdot \text{ua}^{-3}$ ، والفروق أقل من 0,2 %): مربع الدور يتناسب طردا مع مكعب نصف المحور الكبير، وهو **القانون الثالث لكبلر.**

5- نقارن بالأرض:

$$\frac{T_J^2}{a_J^3} = \frac{T_{Te}^2}{a_{Te}^3} \Rightarrow a_J^3 = \frac{4332,6^2}{365,25^2} \times 1^3 = 140,7\ \text{ua}^3$$

ومنه:

$$a_J = 5{,}20\ \text{ua} = 5{,}20 \times 1{,}496 \times 10^{11} = 7{,}78 \times 10^{11}\ \text{m}$$

حل التمرين 3: القمر الجزائري ألسات 2 ب

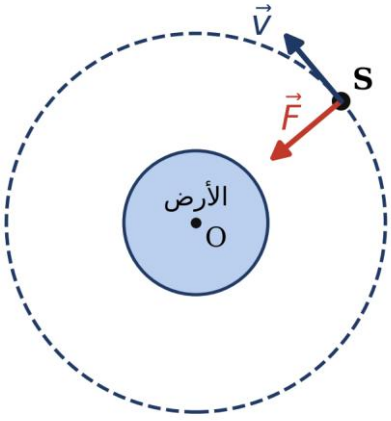
1- المرجع الجيومركزي: مبدؤه مركز الأرض ومحاوره الثلاثة موجهة نحو ثلاثة نجوم بعيدة نعتبرها ثابتة. نصف قطر المدار:

$$r = R_T + h = 6380 + 680 = 7060\ \text{km} = 7{,}06 \times 10^6\ \text{m}$$

2- شدة القوة:

$$F_{T/S} = G\frac{m\,M_T}{r^2} = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{117 \times 5{,}97 \times 10^{24}}{(7{,}06 \times 10^6)^2} = 9{,}35 \times 10^2\ \text{N}$$

القوة $\vec{F}$ موجهة نحو مركز الأرض، وشعاع السرعة $\vec{v}$ مماسي للمدار:



-3 القوة الوحيدة هي قوة الجذب، إذن: $\vec{F}_{T/S} = m\,\vec{a}$. فالتسارع موجه نحو المركز، أي ناظمي، و $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$ ، فالسرعة ثابتة: **الحركة دائرية منتظمة.** وقيمته:

$$a = \frac{G\,M_T}{r^2} = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{(7{,}06 \times 10^6)^2} = 7{,}99\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

-4 لدينا $a = \frac{v^2}{r} = \frac{G\,M_T}{r^2}$ ومنه:

$$v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{7{,}06 \times 10^6}} = 7{,}51 \times 10^3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

-5 الدور:

$$T = \frac{2\pi\,r}{v} = \frac{2\pi \times 7{,}06 \times 10^6}{7{,}51 \times 10^3} = 5{,}91 \times 10^3\ \mathrm{s} \approx 98{,}4\ \mathrm{min}$$

عدد الدورات في اليوم:

$$n = \frac{86400}{5907} \approx 14{,}6$$

أي نحو 14,6 دورة في اليوم.

-6 لا. عبارتا v و T لا تحتويان على m : تتعلقان فقط بكتلة الأرض وبنصف قطر المدار.

حل التمرين 4: القمر الجيومستقر ألكومسات 1

-1 مداره دائري في مستوي خط الاستواء، يدور في نفس جهة دوران الأرض حول نفسها (من الغرب إلى الشرق)؛ دوره يساوي دور الأرض حول نفسها.

-2 لا. مستوي مدار أي قمر يمر بمركز الأرض لأن قوة الجذب مركزية، ولكي يبقى القمر فوق نفس النقطة يجب أن يكون هذا المستوي هو مستوي خط الاستواء. ووهران لا تقع على خط الاستواء، فلا يمكن أن يبقى القمر فوقها.

-3 عند سطح الأرض، ثقل جسم يساوي قوة الجذب: $m\,g_0 = G\,\frac{m\,M_T}{R_T^2}$ ومنه $G\,M_T = g_0\,R_T^2$

ومن $v = \frac{2\pi\,r}{T}$ و $v^2 = \frac{G\,M_T}{r}$ نجد $\frac{4\pi^2\,r^2}{T^2} = \frac{g_0\,R_T^2}{r}$ ، ومنه:

$$r^3 = \frac{g_0\,R_T^2\,T^2}{4\pi^2}$$

-4 نعوض مع $T = 86400\ \mathrm{s}$:

$$r^3 = \frac{9{,}8 \times (6{,}38 \times 10^6)^2 \times (86400)^2}{4\pi^2} = 7{,}54 \times 10^{22}\ \mathrm{m^3}$$

$$r = 4{,}225 \times 10^7\ \mathrm{m} = 42250\ \mathrm{km}$$

$$h = r - R_T = 42250 - 6380 = 35870\ \mathrm{km}$$

ملاحظة: باستعمال الدور الدقيق لدوران الأرض ($23\text{ h }56\text{ min}$) نجد $h \approx 35800\text{ km}$

5- السرعة:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 4{,}225 \times 10^7}{86400} = 3{,}07 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

التسارع:

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(3{,}07 \times 10^3)^2}{4{,}225 \times 10^7} = 0{,}223\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

وهو يساوي نحو 2,3 % فقط من g_0

6- ألكومسات 1:

$$K = \frac{(86400)^2}{(4{,}225 \times 10^7)^3} = 9{,}90 \times 10^{-14}\ \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$$

ألسات 2 ب:

$$K_2 = \frac{(5907)^2}{(7{,}06 \times 10^6)^3} = 9{,}91 \times 10^{-14}\ \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$$

الثابت نفسه لأنه يساوي $\frac{4\pi^2}{G\,M_T}$ ، فهو يتعلق بكتلة الجسم المركزي (الأرض) فقط.

7- تقطع الإشارة المسافة $2h$:

$$t = \frac{2h}{c} = \frac{2 \times 3{,}587 \times 10^7}{3{,}0 \times 10^8} = 0{,}24\ \text{s}$$

حل التمرين 5: كتلة المشتري من أقماره

1- للقمر إيو: $T = 1{,}769 \times 86400 = 1{,}528 \times 10^5\ \text{s}$ ، ومنه:

$$T^2 = 2{,}34 \times 10^{10}\ \text{s}^2 \qquad r^3 = (4{,}22 \times 10^8)^3 = 0{,}75 \times 10^{26}\ \text{m}^3$$

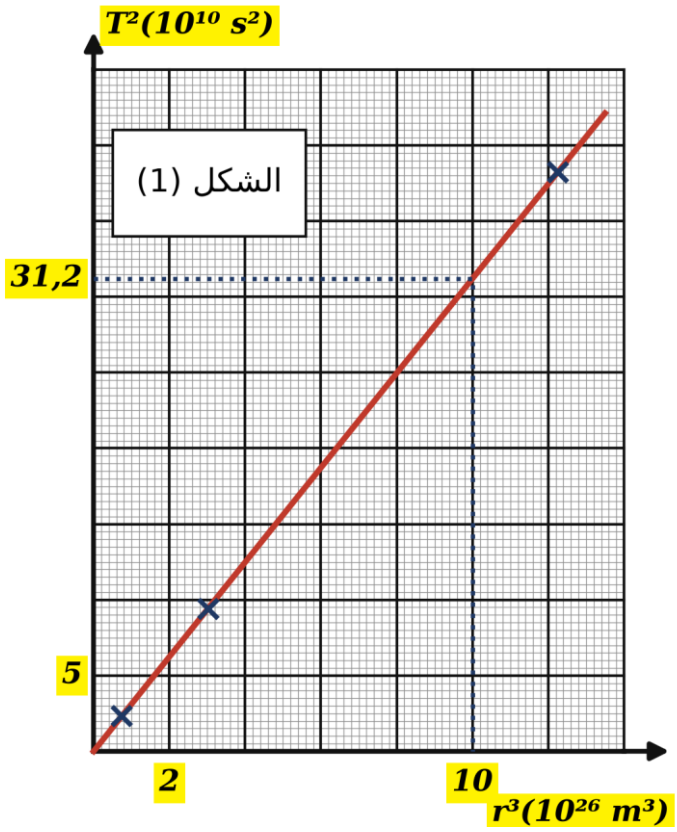
وهما توافقان النقطة الأولى من البيان.

2- الجملة: القمر. بتطبيق القانون الثاني: $G\,\frac{m\,M_J}{r^2} = m\,\frac{v^2}{r}$ ومنه $v^2 = \frac{G\,M_J}{r}$. ومع $v = \frac{2\pi r}{T}$:

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{G\,M_J}{r} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M_J}$$

3- نعم: البيان مستقيم يمر من المبدأ، أي $T^2 = K_J\,r^3$. من البيان:

$$K_J = \frac{31{,}2 \times 10^{10}}{10 \times 10^{26}} = 3{,}12 \times 10^{-16}\ \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$$



ومنه كتلة المشتري:

$$M_J = \frac{4\pi^2}{G\,K_J} = \frac{4\pi^2}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 3{,}12 \times 10^{-16}} = 1{,}90 \times 10^{27}\ \text{kg}$$

-4 $\frac{M_J}{M_T} = \frac{1{,}90 \times 10^{27}}{5{,}97 \times 10^{24}} \approx 318$

-5 $T_C = \sqrt{K_J\, r_C^3} = \sqrt{3{,}12 \times 10^{-16} \times (1{,}88 \times 10^9)^3} = 1{,}44 \times 10^6\ \text{s} \approx 16{,}7\ \text{j}$

-6 $v = \frac{2\pi\, r}{T} = \frac{2\pi \times 4{,}22 \times 10^8}{1{,}528 \times 10^5} = 1{,}74 \times 10^4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

حل التمرين 6: هل يخضع القمر لنفس قوة سقوط الأجسام؟

-1 الحركة دائرية منتظمة: $a_L = \frac{v^2}{r_L}$ مع $v = \frac{2\pi\, r_L}{T_L}$ ، ومنه العلاقة المطلوبة. مع $T_L = 27{,}32 \times 86400 = 2{,}360 \times 10^6\ \text{s}$:

$$a_L = \frac{4\pi^2 \times 3{,}84 \times 10^8}{(2{,}360 \times 10^6)^2} = 2{,}72 \times 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

-2 $g(r) = \frac{G\,M_T}{r^2}$ و $g_0 = \frac{G\,M_T}{R_T^2}$ ، وبالقسمة نجد العلاقة المطلوبة. عدديا:

$$g(r_L) = 9{,}8 \times \frac{(6{,}38 \times 10^6)^2}{(3{,}84 \times 10^8)^2} = 2{,}71 \times 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

-3 $\frac{|a_L - g(r_L)|}{a_L} = \frac{(2{,}72 - 2{,}71) \times 10^{-3}}{2{,}72 \times 10^{-3}} \approx 0{,}6\ \%$ القيمتان متوافقتان: **القوة التي تُبقي القمر في مداره هي نفسها الجاذبية الأرضية**، وهي تتناقص بمربع البعد. وهذا ما يؤكد قانون الجذب العام.

-4 $$d_L = \frac{1}{2} \times 2{,}72 \times 10^{-3} \times 1^2 = 1{,}36 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

$$d_0 = \frac{1}{2} \times 9{,}8 \times 1^2 = 4{,}9\ \text{m}$$

النسبة $\frac{d_0}{d_L} \approx 3600$ ، وهي تساوي مربع $\frac{r_L}{R_T} \approx 60$

-5 من القانون الثالث لكبلر:

$$M_T = \frac{4\pi^2\, r_L^3}{G\, T_L^2} = \frac{4\pi^2 \times (3{,}84 \times 10^8)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times (2{,}360 \times 10^6)^2} = 6{,}02 \times 10^{24}\ \text{kg}$$

ومن g_0 :

$$M_T = \frac{g_0\, R_T^2}{G} = \frac{9{,}8 \times (6{,}38 \times 10^6)^2}{6{,}67 \times 10^{-11}} = 5{,}98 \times 10^{24}\ \text{kg}$$

القيمتان متقاربتان (فرق أقل من 1 %).

-6 $g = 9{,}8 \times \frac{(6{,}38 \times 10^6)^2}{(6{,}78 \times 10^6)^2} = 8{,}68\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ الجاذبية لا تنعدم: تساوي نحو 89 % من g_0 . يحس الرواد بانعدام الوزن لأن المحطة والرواد في **سقوط حر** حول الأرض بنفس التسارع، فلا تؤثر عليهم أرضية المحطة بأي قوة.

حل التمرين 7: وضع قمر في المدار الجيومستقر

-1 على مدار دائري $v = \sqrt{\frac{g_0\, R_T^2}{r}}$:

$$v_1 = \sqrt{\frac{9{,}8 \times (6{,}38 \times 10^6)^2}{6{,}68 \times 10^6}} = 7{,}73 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$T_1 = \frac{2\pi\, r_1}{v_1} = \frac{2\pi \times 6{,}68 \times 10^6}{7{,}73 \times 10^3} = 5{,}43 \times 10^3\ \text{s} \approx 90{,}5\ \text{min}$$

$$v_3 = \sqrt{\frac{9{,}8 \times (6{,}38 \times 10^6)^2}{4{,}225 \times 10^7}} = 3{,}07 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

-2 المحور الكبير هو $PA = r_1 + r_2 = 2a$ ، ومنه:

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{6680 + 42250}{2} = 24465\ \text{km}$$

-3 للأجسام الدائرة حول الأرض نفس ثابت كبلر، نقارن بالمدار (3) :

$$\frac{T_t^2}{a^3} = \frac{T_3^2}{r_2^3} \Rightarrow T_t = T_3 \sqrt{\frac{a^3}{r_2^3}} = 86400 \times \sqrt{\frac{(24465)^3}{(42250)^3}} = 3{,}81 \times 10^4\ \text{s}$$

مدة الانتقال نصف الدور:

$$\Delta t = \frac{T_t}{2} = 1{,}90 \times 10^4 \text{ s} \approx 5 \text{ h } 17 \text{ min}$$

4- المساحتان الممسوحتان خلال نفس المدة Δt عند P و A متساويتان:

$$\frac{1}{2} r_1 v_P \Delta t = \frac{1}{2} r_2 v_A \Delta t \Rightarrow r_1 v_P = r_2 v_A$$

ومنه:

$$v_A = \frac{r_1 v_P}{r_2} = \frac{6680 \times 10{,}16}{42250} = 1{,}61 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

5- عند P :

$$\Delta v_P = v_P - v_1 = 10{,}16 - 7{,}73 = 2{,}43 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

عند A :

$$\Delta v_A = v_3 - v_A = 3{,}07 - 1{,}61 = 1{,}46 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

التغيران موجبان: **يتعلق الأمر بتسريع في الموضعين.** فالقمر عند A أبطأ من اللازم للبقاء على المدار (3) ، ولو لم يشغَّل المحرك لعاد نحو P

6- زاوية دوران الأرض خلال مدة الانتقال:

$$\theta = 360° \times \frac{\Delta t}{T_3} = 360° \times \frac{5{,}29}{24} = 79{,}3°$$

يقطع القمر $180°$ من P إلى A بينما تدور النقطة $79{,}3°$ ، إذن يجب أن نتقدم عن P لحظة التشغيل الأول بالزاوية:

$$\alpha = 180° - 79{,}3° = 100{,}7°$$

حل التمرين 8: وضعية إدماجية، مهمة نحو كوكب المريخ

1- مع T بالثانية و r بالمتر:

$$K_{Ph} = \frac{(7{,}65 \times 3600)^2}{(9{,}38 \times 10^6)^3} = 9{,}19 \times 10^{-13} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$$

$$K_{De} = \frac{(30{,}3 \times 3600)^2}{(2{,}346 \times 10^7)^3} = 9{,}22 \times 10^{-13} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$$

النسبتان متساويتان تقريبا (فرق نحو 0,3 %)، إذن القانون الثالث محقق مع:

$$K_M \approx 9{,}2 \times 10^{-13} \text{ s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$$

2- $$M_M = \frac{4\pi^2}{G K_M} = \frac{4\pi^2}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 9{,}2 \times 10^{-13}} = 6{,}4 \times 10^{23} \text{ kg}$$

$$g_M = \frac{G\,M_M}{R_M^2} = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 6{,}4 \times 10^{23}}{(3{,}39 \times 10^6)^2} = 3{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

3- الجملة: الأداة، والقوة الوحيدة ثقلها. نأخذ محورا شاقوليا موجها نحو الأسفل مبدؤه موضع الانطلاق. القانون الثاني:

$$m\,\vec{g}_M = m\,\vec{a} \text{ ومنه } a = g_M \text{ . إذن } v = g_M\,t \text{ و } z = \frac{1}{2}\,g_M\,t^2$$

مدة السقوط:

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g_M}} = \sqrt{\frac{2 \times 2{,}0}{3{,}7}} = 1{,}04\ \mathrm{s}$$

سرعة الوصول:

$$v = g_M\,t = 3{,}7 \times 1{,}04 = 3{,}85\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

وعلى الأرض:

$$t_0 = \sqrt{\frac{2 \times 2{,}0}{9{,}8}} = 0{,}64\ \mathrm{s} \quad v_0 = 9{,}8 \times 0{,}64 = 6{,}3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

فالسقوط على المريخ أبطأ وسرعة الوصول أصغر.

4- يجب أن يكون دوره $T_0 = 24{,}6\ \mathrm{h} = 8{,}856 \times 10^4\ \mathrm{s}$:

$$r_S^3 = \frac{T_0^2}{K_M} = \frac{(8{,}856 \times 10^4)^2}{9{,}2 \times 10^{-13}} = 8{,}52 \times 10^{21}\ \mathrm{m^3}$$

$$r_S = 2{,}04 \times 10^7\ \mathrm{m} = 20400\ \mathrm{km}$$

$$h_S = r_S - R_M = 20400 - 3390 \approx 17000\ \mathrm{km}$$

5- نجد $r_{Ph} < r_S < r_{De}$. **فوبوس** أقرب، فدوره 7,65 h أقل من T_0 : يسبق دوران المريخ فيظهر متحركا من الغرب إلى الشرق. **ديموس** أبعد، فدوره 30,3 h أكبر من T_0 : يتأخر عن دوران المريخ فيظهر متحركا ببطء من الشرق إلى الغرب.

6- السرعة الزاوية النسبية لفوبوس بالنسبة للملاحظ هي $\omega_p = \omega - \omega_0$ ، ويمر فوقه كلما زادت الزاوية النسبية بمقدار 2π :

$$\frac{2\pi}{T_p} = \frac{2\pi}{T} - \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow \frac{1}{T_p} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}$$

عدديا:

$$\frac{1}{T_p} = \frac{1}{7{,}65} - \frac{1}{24{,}6} = 0{,}0901\ \mathrm{h^{-1}}$$

$$T_p = 11{,}1\ \mathrm{h}$$