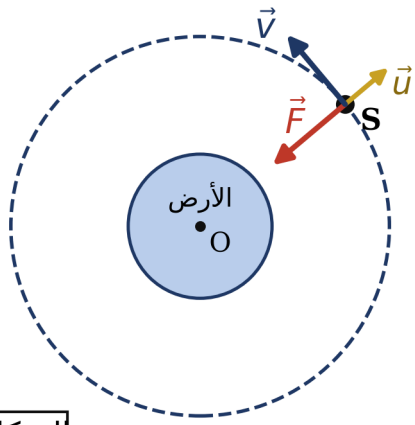
الأستاذ: تبيب حكيم	السنة الدراسية: 2026/2027
التصحيح المفصل — السلسلة 3: تمارين متدرجة حول حركة الكواكب والأقمار الاصطناعية	
المستوى: السنة الثالثة ثانوي (الشعب العلمية)	الوحدة: تطور جملة ميكانيكية

حل التمرين 1: قمر الاتصالات هوت بيرد

1- مداره دائري في مستوي خط الاستواء، يدور في نفس جهة دوران الأرض، دوره يساوي دور دوران الأرض حول نفسها.

2- القوة موجهة من S نحو O ، أي عكس $\vec{u}$:

$$\vec{F}_{T/S} = -G\frac{m\,M_T}{r^2}\vec{u}$$



الشكل (1)

3- $\vec{F}_{T/S} = m\,\vec{a}$ ومنه:

$$\vec{a} = -\frac{G\,M_T}{r^2}\vec{u}$$

التسارع موجه نحو المركز فهو ناظمي، و $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$: السرعة ثابتة، و r ثابت، إذن **الحركة دائرية منتظمة.**

4- عند السطح: $m\,g_0 = G\frac{m\,M_T}{R_T^2}$ ومنه $G\,M_T = g_0\,R_T^2$. ومن $a = \frac{v^2}{r} = \frac{G\,M_T}{r^2}$ نجد:

$$v^2 = \frac{G\,M_T}{r} = \frac{g_0\,R_T^2}{r}$$

5- بتعويض $v = \frac{2\pi\,r}{T}$: $\frac{4\pi^2\,r^2}{T^2} = \frac{g_0\,R_T^2}{r}$ ، ومنه:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{g_0\,R_T^2}$$

النسبة ثابتة لا تتعلق بالقمر: هذا هو القانون الثالث لكبلر.

6-

$$r^3 = \frac{g_0\,R_T^2\,T^2}{4\pi^2} = \frac{9{,}8\times\left(6{,}38\times10^6\right)^2\times\left(86164\right)^2}{4\pi^2} = 7{,}50\times10^{22}\ \text{m}^3$$

$$r = 4{,}217\times10^7\ \text{m} = 42170\ \text{km}$$

$$h = r - R_T = 42170 - 6380 = 35790\ \text{km}$$

$$v = \frac{2\pi\, r}{T} = \frac{2\pi \times 4{,}217 \times 10^{7}}{86164} = 3{,}08 \times 10^{3}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

حل التمرين 2: أقمار الإنترنت الفضائي

1- القوة موجهة نحو مركز الأرض:

$$F = G\frac{m\, M_T}{(R_T + h)^2}$$

2- $F = m\, a$ ومنه $a = \frac{G\, M_T}{(R_T + h)^2}$ ، ومن $a = \frac{v^2}{R_T + h}$ نجد:

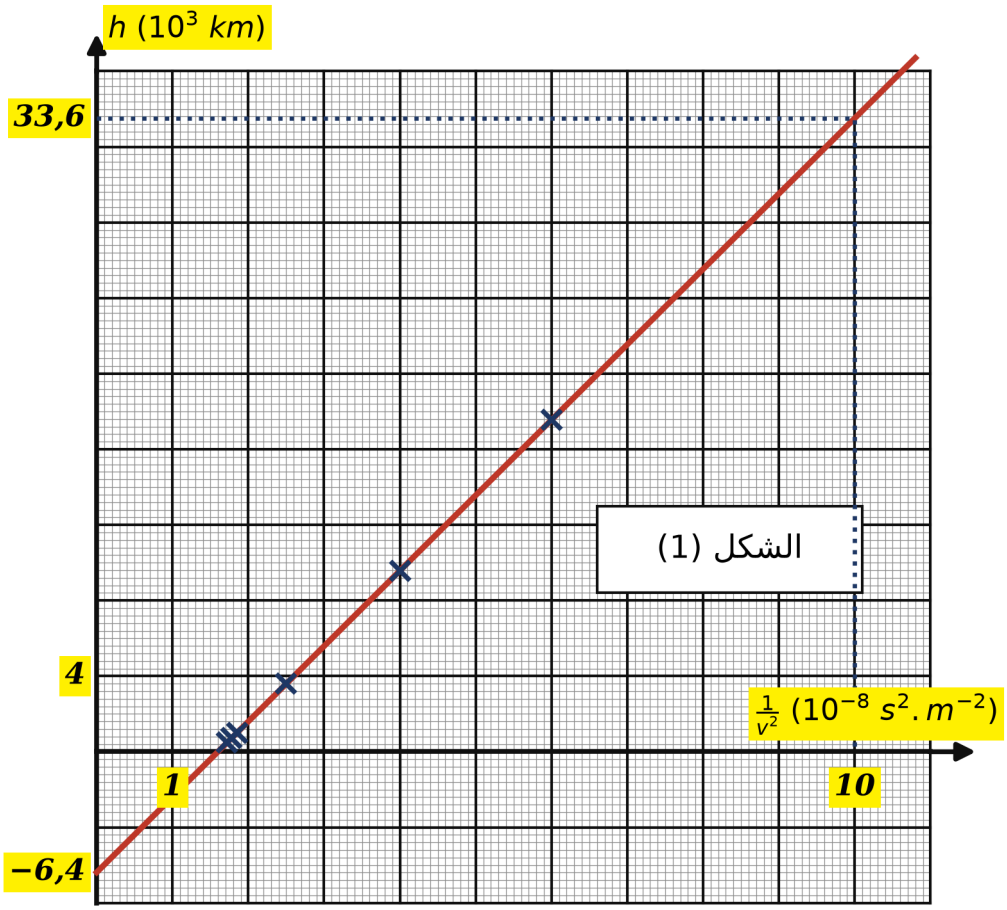
$$v^2 = \frac{G\, M_T}{R_T + h}$$

3- $g_0 = \frac{G\, M_T}{R_T^2}$ ، فنعوض $G\, M_T = g_0\, R_T^2$: $R_T + h = \frac{g_0\, R_T^2}{v^2}$ ومنه:

$$h = g_0\, R_T^2 \times \frac{1}{v^2} - R_T$$

بالمطابقة: $A = g_0\, R_T^2$ و $B = -R_T$

4- نقرأ من البيان:



$B = -6{,}4 \times 10^{3}\ \mathrm{km} = -6{,}4 \times 10^{6}\ \mathrm{m}$ ، والميل:

$$A = \frac{(33{,}6 + 6{,}4) \times 10^{6}}{10 \times 10^{-8}} = 4{,}0 \times 10^{14}\ \mathrm{m^3 \cdot s^{-2}}$$

ومنه $R_T = 6400\ \text{km}$ و:

$$g_0 = \frac{A}{R_T^2} = \frac{4{,}0 \times 10^{14}}{\left(6{,}4 \times 10^6\right)^2} = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

-5 $R_T + h = 6950\ \text{km}$:

$$v = \sqrt{\frac{A}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{4{,}0 \times 10^{14}}{6{,}95 \times 10^6}} = 7{,}59 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$T = \frac{2\pi \times 6{,}95 \times 10^6}{7{,}59 \times 10^3} = 5{,}76 \times 10^3\ \text{s} \approx 96\ \text{min}$$

$$n = \frac{86400}{5756} \approx 15$$

أي نحو 15 دورة في اليوم.

-6

$$h = \frac{A}{v^2} + B = \frac{4{,}0 \times 10^{14}}{\left(3{,}07 \times 10^3\right)^2} - 6{,}4 \times 10^6 = 3{,}60 \times 10^7\ \text{m}$$

أي نحو 36000 km . مع $r = 4{,}24 \times 10^7\ \text{m}$:

$$T = \frac{2\pi \times 4{,}24 \times 10^7}{3{,}07 \times 10^3} = 8{,}69 \times 10^4\ \text{s} \approx 24\ \text{h}$$

دوره يساوي دور دوران الأرض: هو **قمر جيومستقر.**

حل التمرين 3: من ألسات إلى ألكومسات

-1 للقمر GPS :

$$r^3 = \left(2{,}656 \times 10^7\right)^3 = 1{,}87 \times 10^{22}\ \text{m}^3$$

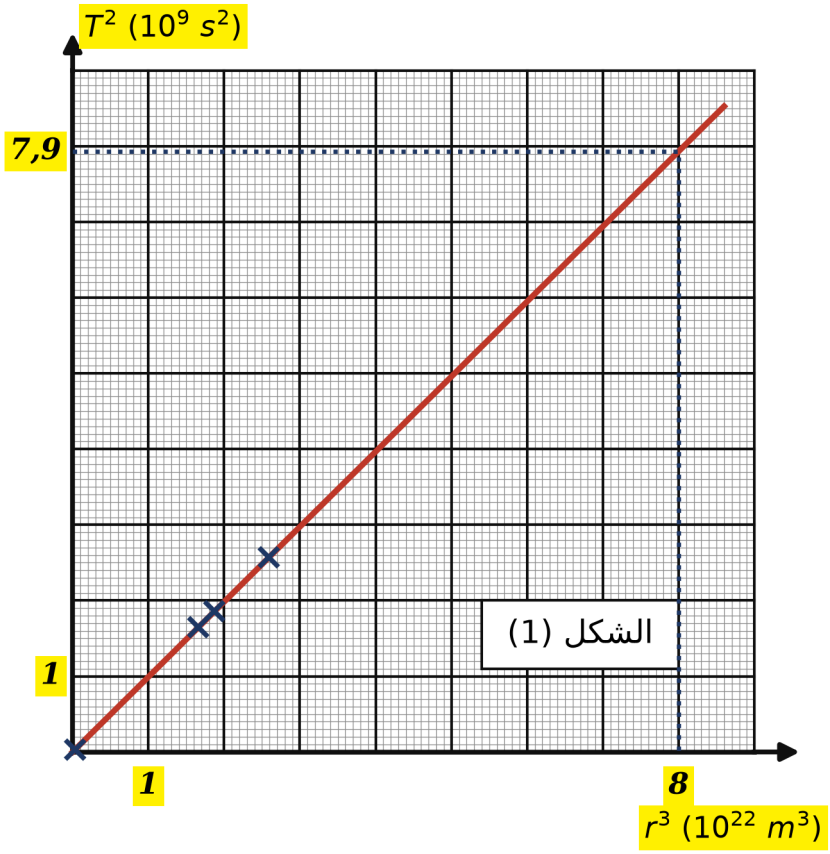
$$T^2 = \left(718 \times 60\right)^2 = 1{,}86 \times 10^9\ \text{s}^2$$

وهما توافقان النقطة الموجودة على البيان.

-2 $G\frac{m\,M_T}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ مع $v = \frac{2\pi\,r}{T}$ يعطي $\frac{4\pi^2\,r}{T^2} = \frac{G\,M_T}{r^2}$ ، ومنه:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G\,M_T}\,r^3 = K\,r^3$$

-3 نعم: البيان مستقيم يمر من المبدأ. ميله:



$$K = \frac{7{,}9 \times 10^{9}}{8 \times 10^{22}} = 9{,}9 \times 10^{-14}\ \mathrm{s^2 \cdot m^{-3}}$$

$$M_T = \frac{4\pi^2}{G\,K} = \frac{4\pi^2}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 9{,}9 \times 10^{-14}} = 5{,}98 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

-4 $T = 1436 \times 60 = 86160\ \mathrm{s}$ ومنه $T^2 = 7{,}42 \times 10^{9}\ \mathrm{s^2}$. نقرأ على البيان (أو نحسب) : $r^3 = 7{,}5 \times 10^{22}\ \mathrm{m^3}$

$$r = 4{,}22 \times 10^{7}\ \mathrm{m} = 42200\ \mathrm{km}$$
$$h = r - R_T = 42200 - 6380 \approx 35800\ \mathrm{km}$$

دوره يساوي دور دوران الأرض، وهو قمر جيومستقر إذا كان مداره في مستوي خط الاستواء وفي جهة دوران الأرض.

-5 $v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{r}}$ تنقص كلما زاد r ، إذن ألسات 2B أسرع لأن مداره أقل ارتفاعا. نتحقق:

$$v_{2B} = \frac{2\pi \times 7{,}05 \times 10^{6}}{98{,}2 \times 60} = 7{,}52 \times 10^{3}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$
$$v_{1B} = \frac{2\pi \times 7{,}08 \times 10^{6}}{98{,}8 \times 60} = 7{,}50 \times 10^{3}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

حل التمرين 4: كوكب حول نجم آخر

-1 مرجع مبدؤه مركز النجم ومحاوره موجهة نحو ثلاثة نجوم بعيدة نعتبرها ثابتة، ونعتبره عطاليا.

-2 $G\frac{m\,M^*}{r^2} = m\frac{4\pi^2\,r}{T^2}$ ومنه، مع $T = 4{,}231 \times 86400 = 3{,}656 \times 10^{5}\ \mathrm{s}$:

$$M^* = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2} = \frac{4\pi^2 \times \left(7{,}88 \times 10^9\right)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times \left(3{,}656 \times 10^5\right)^2} = 2{,}17 \times 10^{30}\ \text{kg}$$

$$\frac{M^*}{M_S} = \frac{2{,}17 \times 10^{30}}{1{,}99 \times 10^{30}} \approx 1{,}09$$

فالنجم شبيه بالشمس فعلا.

-3

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 7{,}88 \times 10^9}{3{,}656 \times 10^5} = 1{,}35 \times 10^5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

-4

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(1{,}354 \times 10^5\right)^2}{7{,}88 \times 10^9} = 2{,}33\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a = \frac{G M^*}{r^2} = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 2{,}17 \times 10^{30}}{\left(7{,}88 \times 10^9\right)^2} = 2{,}33\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

القيمتان متساويتان.

-5

$$F = m\,a = 8{,}9 \times 10^{26} \times 2{,}33 = 2{,}07 \times 10^{27}\ \text{N}$$

-6 نفس r ، و T^2 يتناسب عكسا مع كتلة الجسم المركزي:

$$T_1 = T\sqrt{\frac{M^*}{M_S}} = 4{,}231 \times \sqrt{1{,}09} = 4{,}42\ \text{j}$$

حل التمرين 5: مذنب هالي

-1 تتحرك الأجسام حول الشمس في مدارات إهليلجية تشغل الشمس أحد محرقيها. المحور الكبير هو القطعة PA ، والشمس عليه قرب P

-2 نقارن بالأرض: $\frac{T^2}{a^3} = \frac{T_T^2}{a_T^3} = 1$ بالوحدتين an و ua :

$$a^3 = \left(75{,}3\right)^2 = 5670$$
$$a = 17{,}8\ \text{ua}$$

-3 ومنه: $PA = r_P + r_A = 2a$

$$r_A = 2a - r_P = 2 \times 17{,}83 - 0{,}586 = 35{,}1\ \text{ua}$$

وهو أكبر من 30,1 ua : يبتعد المذنب أكثر من مدار نبتون.

-4 عند P و A شعاع السرعة عمودي على نصف القطر الحامل، والمساحة الممسوحة خلال Δt قصيرة هي $\frac{1}{2} r\, v\, \Delta t$. تساوي المساحتين يعطي: $r_P\, v_P = r_A\, v_A$:

$$v_A = \frac{r_P\, v_P}{r_A} = \frac{0{,}586 \times 54{,}5}{35{,}1} = 0{,}91\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$$

-5

$$v_T = \frac{2\pi\, a_T}{T_T} = \frac{2\pi \times 1{,}496 \times 10^{11}}{365{,}25 \times 86400} = 2{,}98 \times 10^4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\frac{v_P}{v_T} = \frac{54{,}5}{29{,}8} \approx 1{,}83$$

حسب قانون المساحات، يقطع المذنب الجزء القريب من الشمس بسرعة كبيرة جدا، ويقضي معظم دوره بطيئا وبعيدا عنها، ولذلك لا يُرى إلا مدة قصيرة قرب الحضيض.

-6
$$\frac{a_P}{a_A} = \frac{r_A^2}{r_P^2} = \frac{(35{,}1)^2}{(0{,}586)^2} \approx 3{,}6 \times 10^3$$

-7
$$1986 + 75{,}3 \approx 2061$$

يعود المذنب إلى الحضيض في حدود سنة 2061.

حل التمرين 6: رحلة إلى المريخ

-1
$$a = \frac{r_T + r_M}{2} = \frac{1 + 1{,}524}{2} = 1{,}262 \text{ ua}$$

نقارن بالأرض حسب القانون الثالث لكبلر:

$$T_t = T_T \sqrt{\frac{a^3}{r_T^3}} = 365{,}25 \times \sqrt{(1{,}262)^3} = 518 \text{ j}$$

-2
$$\Delta t = \frac{T_t}{2} = 259 \text{ j}$$

أي نحو 8 أشهر ونصف.

-3
$$v_T = \frac{2\pi r_T}{T_T} = \frac{2\pi \times 1{,}496 \times 10^{11}}{365{,}25 \times 86400} = 29{,}8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$
$$v_M = \frac{2\pi r_M}{T_M} = \frac{2\pi \times 1{,}524 \times 1{,}496 \times 10^{11}}{687 \times 86400} = 24{,}1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

-4 $r_T v_P = r_M v_A$ ومنه:
$$v_A = \frac{r_T v_P}{r_M} = \frac{1 \times 32{,}7}{1{,}524} = 21{,}5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

-5
$$\Delta v_1 = v_P - v_T = 32{,}7 - 29{,}8 = 2{,}9 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$
$$\Delta v_2 = v_M - v_A = 24{,}1 - 21{,}5 = 2{,}6 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

-6

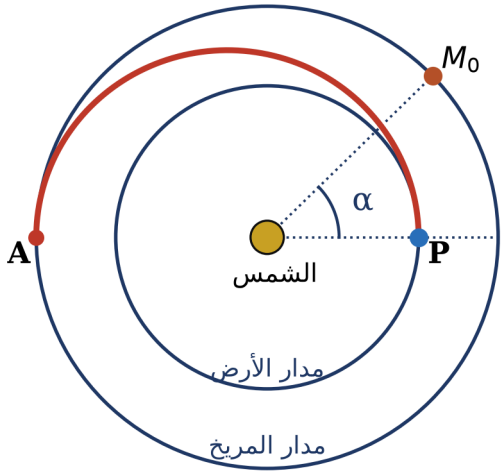
$$\theta = 360° \times \frac{\Delta t}{T_M} = 360° \times \frac{259}{687} = 135{,}7°$$

يقطع المسبار $180°$ من P إلى A ، إذن:

$$\alpha = 180° - \theta = 180° - 135{,}7° = 44{,}3°$$

يجب أن يكون المريخ متقدما عن الأرض بهذه الزاوية لحظة الانطلاق (الموضع M_0):

الشكل (1)



-7 تتكرر الوضعية نفسها كلما زادت الزاوية بين الأرض والمريخ بمقدار 2π . السرعة الزاوية النسبية $\omega_T - \omega_M$ ، ومنه:

$$\frac{2\pi}{S} = \frac{2\pi}{T_T} - \frac{2\pi}{T_M} \Rightarrow \frac{1}{S} = \frac{1}{T_T} - \frac{1}{T_M}$$

عدديا:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{365{,}25} - \frac{1}{687} = 1{,}282 \times 10^{-3}\ \text{j}^{-1}$$

$$S = 780\ \text{j}$$

أي نحو سنتين وشهرين: لذلك تُطلق المهمات نحو المريخ مرة كل 26 شهرا تقريبا.

الأستاذ تبيب حكيم — www.tebibphysique.com