الأستاذ: تبيب حكيم	السنة الدراسية: 2026/2027
التصحيح المفصل — السلسلة 2: تمارين متدرجة حول حركة الكواكب والأقمار الاصطناعية	
المستوى: السنة الثالثة ثانوي (الشعب العلمية)	الوحدة: تطور جملة ميكانيكية

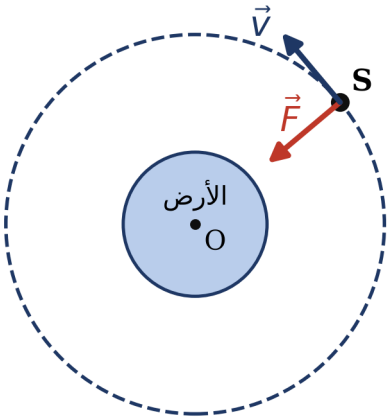
حل التمرين 1: المحطة الفضائية الدولية

1- المرجع الجيومركزي: مبدؤه مركز الأرض ومحاوره الثلاثة موجهة نحو ثلاثة نجوم بعيدة نعتبرها ثابتة، ونعتبره عطاليا.

2- مع $r = R_T + h = 6780\ \text{km}$ و $m = 4{,}2 \times 10^5\ \text{kg}$:

$$F = G\frac{m\,M_T}{r^2} = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{4{,}2 \times 10^5 \times 5{,}97 \times 10^{24}}{\left(6{,}78 \times 10^6\right)^2} = 3{,}64 \times 10^6\ \text{N}$$

القوة موجهة نحو مركز الأرض، وشعاع السرعة مماسي للمدار:



3- القوة الوحيدة هي قوة الجذب: $\vec{F} = m\,\vec{a}$. التسارع موجه نحو المركز، فهو ناظمي، و $a_T = \frac{dv}{dt} = 0$: السرعة ثابتة، إذن **الحركة دائرية منتظمة.**

$$a = \frac{G\,M_T}{r^2} = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{\left(6{,}78 \times 10^6\right)^2} = 8{,}66\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

4- من $a = \frac{v^2}{r}$:

$$v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{6{,}78 \times 10^6}} = 7{,}66 \times 10^3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

أي نحو $27600\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$

5-

$$T = \frac{2\pi\,r}{v} = \frac{2\pi \times 6{,}78 \times 10^6}{7{,}66 \times 10^3} = 5{,}56 \times 10^3\ \text{s} \approx 92{,}6\ \text{min}$$

$$n = \frac{86400}{5559} \approx 15{,}5$$

أي نحو 15 شروقا في اليوم، لأن المحطة تدور نحو 15,5 دورة في اليوم.

6- $a = 8{,}66\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ تساوي نحو 88 % من g_0 : الجاذبية **ليست منعدمة.** يطفو الرواد لأنهم والمحطة في سقوط حر حول الأرض بنفس التسارع، فلا تؤثر عليهم أرضية المحطة بأي قوة.

حل التمرين 2: كتلة الشمس

1- المرجع الهيليومركزي: مبدؤه مركز الشمس ومحاوره موجهة نحو ثلاثة نجوم بعيدة نعتبرها ثابتة.

2- $G\frac{m\,M_S}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ ومنه $v^2 = \frac{G\,M_S}{r}$ ، ومع $v = \frac{2\pi\,r}{T}$ نجد:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M_S}$$

3- نحوّل T إلى الثانية، فمثلا للأرض:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{(365{,}25 \times 86400)^2}{(1{,}496 \times 10^{11})^3} = 2{,}97 \times 10^{-19}\ \mathrm{s^2 \cdot m^{-3}}$$

الكوكب	الزهرة	الأرض	المريخ	المشتري
$\frac{T^2}{r^3}\left(10^{-19}\ \mathrm{s^2 \cdot m^{-3}}\right)$	2,98	2,97	2,98	2,97

النسبة ثابتة تقريبا لكل الكواكب: النتائج تتفق مع **القانون الثالث لكبلر.**

4-
$$M_S = \frac{4\pi^2}{G\,K} = \frac{4\pi^2}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 2{,}97 \times 10^{-19}} = 1{,}99 \times 10^{30}\ \mathrm{kg}$$

5-
$$T = \sqrt{K\,r^3} = \sqrt{2{,}97 \times 10^{-19} \times (2{,}87 \times 10^{12})^3} = 2{,}65 \times 10^{9}\ \mathrm{s}$$

بالقسمة على $365{,}25 \times 86400$ نجد $T \approx 84\ \mathrm{an}$

حل التمرين 3: كتلة الأرض من بيان

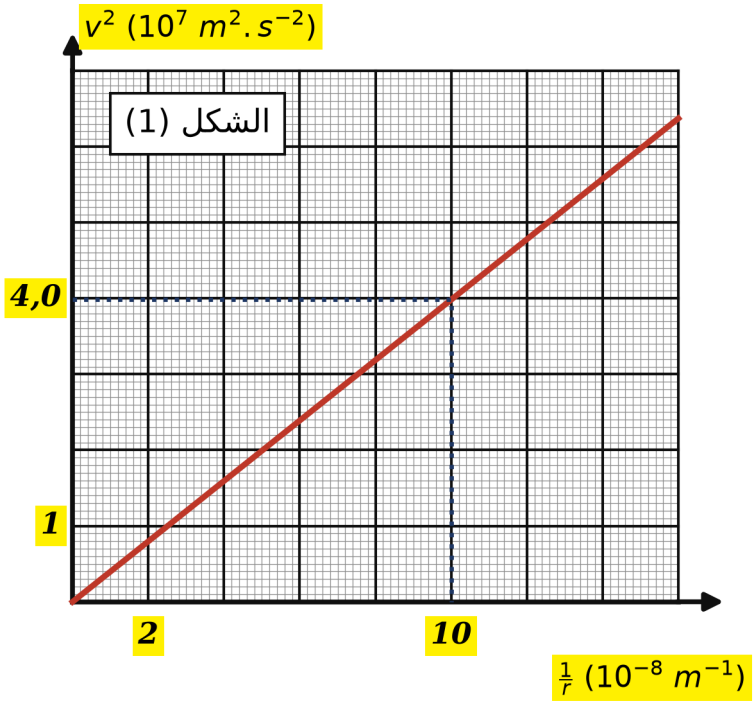
1- القوة موجهة من القمر نحو مركز الأرض، وشدتها:

$$F = G\frac{m\,M_T}{r^2}$$

2- القانون الثاني على المحور الناظمي: $G\frac{m\,M_T}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ ومنه:

$$v^2 = G\,M_T \times \frac{1}{r}$$

-3 نعم: البيان مستقيم يمر من المبدأ ومعادلته $v^2 = k\frac{1}{r}$ ، وهي نفس شكل العبارة النظرية مع $k = G\,M_T$. من البيان:



$$k = \frac{4{,}0 \times 10^{7}}{10 \times 10^{-8}} = 4{,}0 \times 10^{14}\ \mathrm{m^3 \cdot s^{-2}}$$

$$M_T = \frac{k}{G} = \frac{4{,}0 \times 10^{14}}{6{,}67 \times 10^{-11}} = 6{,}0 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

-4

$$v = \sqrt{\frac{k}{r}} = \sqrt{\frac{4{,}0 \times 10^{14}}{4{,}24 \times 10^{7}}} = 3{,}07 \times 10^{3}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

-5

$$T = \frac{2\pi\, r}{v} = \frac{2\pi \times 4{,}24 \times 10^{7}}{3{,}07 \times 10^{3}} = 8{,}68 \times 10^{4}\ \mathrm{s} \approx 24{,}1\ \mathrm{h}$$

نعم: دوره يساوي تقريبا دور دوران الأرض، ومداره في مستوي خط الاستواء وفي نفس جهة دورانها، فهو قمر جيومستقر.

حل التمرين 4: أقمار كوكب زحل

-1 للقمر ريا:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{(4{,}518 \times 86400)^{2}}{(5{,}27 \times 10^{8})^{3}} = 1{,}04 \times 10^{-15}\ \mathrm{s^2 \cdot m^{-3}}$$

وللقمر تيتان:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{(15{,}945 \times 86400)^{2}}{(1{,}222 \times 10^{9})^{3}} = 1{,}04 \times 10^{-15}\ \mathrm{s^2 \cdot m^{-3}}$$

إذن $K_Z = 1{,}04 \times 10^{-15}\ \mathrm{s^2 \cdot m^{-3}}$

-2 بنفس طريقة دراسة قمر حول الأرض: $G\frac{m\,M_Z}{r^2} = m\frac{4\pi^2\,r}{T^2}$ ومنه $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M_Z}$. إذن:

$$M_Z = \frac{4\pi^2}{G\,K_Z} = \frac{4\pi^2}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}04 \times 10^{-15}} = 5{,}69 \times 10^{26}\ \text{kg}$$

-3
$$g_Z = \frac{G\,M_Z}{R_Z^2} = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}69 \times 10^{26}}{\left(6{,}03 \times 10^{7}\right)^2} = 10{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

-4
$$v_R = \frac{2\pi \times 5{,}27 \times 10^{8}}{4{,}518 \times 86400} = 8{,}48 \times 10^{3}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_{Ti} = \frac{2\pi \times 1{,}222 \times 10^{9}}{15{,}945 \times 86400} = 5{,}57 \times 10^{3}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

كلما زاد نصف قطر المدار نقصت السرعة، لأن $v = \sqrt{\frac{G\,M_Z}{r}}$

-5
$$r^3 = \frac{T^2}{K_Z} = \frac{\left(1{,}370 \times 86400\right)^2}{1{,}04 \times 10^{-15}} = 1{,}35 \times 10^{25}\ \text{m}^3$$

$$r = 2{,}38 \times 10^{8}\ \text{m}$$

حل التمرين 5: كتلة الأرض ونصف قطرها من بيان

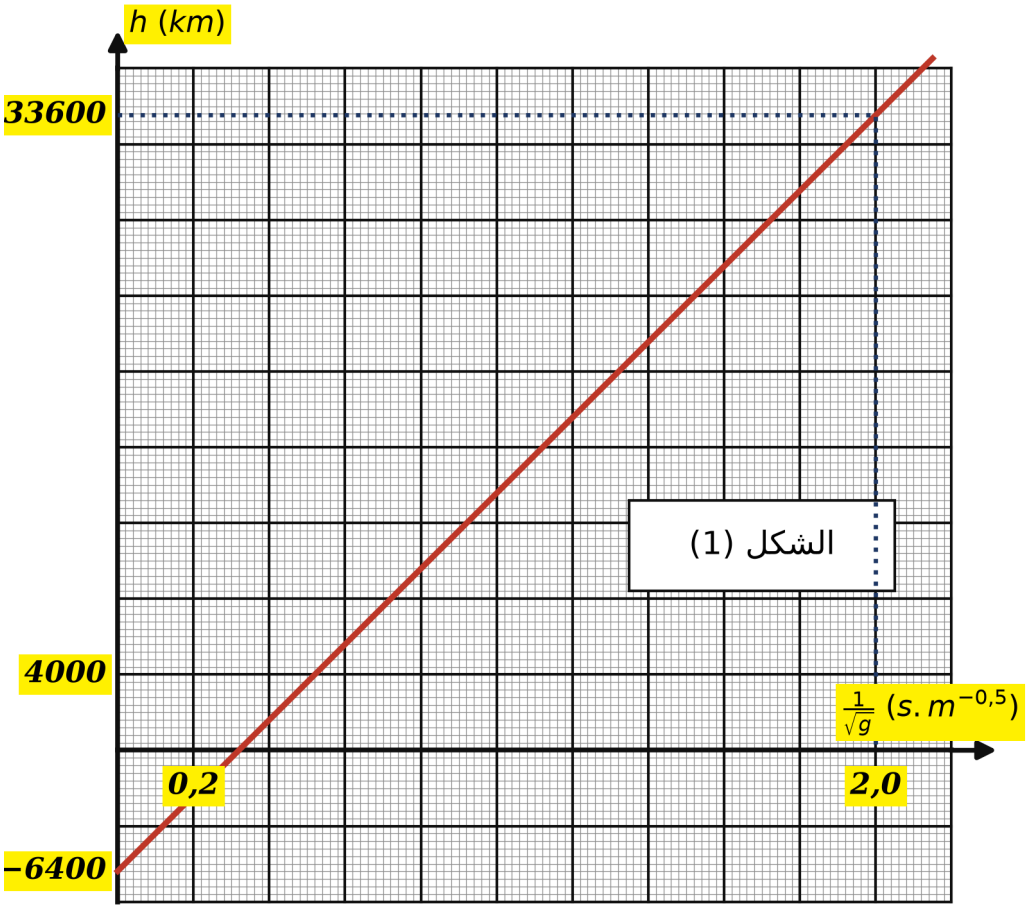
-1
$$g = \frac{G\,M_T}{\left(R_T + h\right)^2}$$

-2 بأخذ الجذر: $\sqrt{g} = \frac{\sqrt{G\,M_T}}{R_T + h}$ ومنه $R_T + h = \sqrt{G\,M_T} \times \frac{1}{\sqrt{g}}$، إذن:

$$h = \sqrt{G\,M_T} \times \frac{1}{\sqrt{g}} - R_T$$

بالمطابقة: $A = \sqrt{G\,M_T}$ و $B = -R_T$

-3 البيان مستقيم لا يمر من المبدأ. نقرأ من البيان:



B هو ترتيب نقطة التقاطع مع محور الارتفاعات: $B = -6400\ \text{km}$. والميل:

$$A = \frac{33600 - (-6400)}{2,0 - 0} = 2,0 \times 10^4\ \text{km} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{s}^{-1}$$

أي $A = 2,0 \times 10^7$ بوحدات الجملة الدولية $(\text{m}^{\frac{3}{2}} \cdot \text{s}^{-1})$.

-4 $R_T = -B = 6400\ \text{km}$ ، ومن $A^2 = G\,M_T$:

$$M_T = \frac{A^2}{G} = \frac{(2,0 \times 10^7)^2}{6,67 \times 10^{-11}} = 6,0 \times 10^{24}\ \text{kg}$$

$$g_0 = \frac{G\,M_T}{R_T^2} = \frac{A^2}{R_T^2} = \frac{(2,0 \times 10^7)^2}{(6,4 \times 10^6)^2} = 9,8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

-5 $\frac{1}{\sqrt{g}} = \frac{1}{\sqrt{0,25}} = 2,0$ ، ونقرأ من البيان $h = 33600\ \text{km}$

-6 التسارع يساوي g وهو $\frac{v^2}{r}$ ، ومنه $v = \sqrt{g\,r}$. مع $r = h + R_T = 40000\ \text{km}$:

$$v = \sqrt{0,25 \times 4,0 \times 10^7} = 3,16 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$T = \frac{2\pi\,r}{v} = \frac{2\pi \times 4,0 \times 10^7}{3,16 \times 10^3} = 7,95 \times 10^4\ \text{s} \approx 22,1\ \text{h}$$

ليس جيومستقرا لأن دوره يختلف عن 24 h

حل التمرين 6: من المدار المنخفض إلى المدار الجيومستقر

1- $G\frac{m\,M_T}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ ومنه: $v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{r}}$

$$v_1 = \sqrt{\frac{6{,}67\times10^{-11}\times5{,}97\times10^{24}}{6{,}75\times10^{6}}} = 7{,}68\times10^{3}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$T_1 = \frac{2\pi\,r_1}{v_1} = \frac{2\pi\times6{,}75\times10^{6}}{7{,}68\times10^{3}} = 5{,}52\times10^{3}\ \text{s} \approx 92\ \text{min}$$

2- بتعويض $v = \frac{2\pi\,r}{T}$ نجد:

$$K = \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M_T} = \frac{4\pi^2}{6{,}67\times10^{-11}\times5{,}97\times10^{24}} = 9{,}91\times10^{-14}\ \text{s}^2\cdot\text{m}^{-3}$$

مع: $T_3 = 86400\ \text{s}$:

$$r_2^3 = \frac{T_3^2}{K} = \frac{(86400)^2}{9{,}91\times10^{-14}} = 7{,}53\times10^{22}\ \text{m}^3$$

$$r_2 = 4{,}223\times10^{7}\ \text{m} = 42230\ \text{km}$$

$$h_2 = r_2 - R_T = 42230 - 6380 = 35850\ \text{km}$$

$$v_3 = \frac{2\pi\,r_2}{T_3} = \frac{2\pi\times4{,}223\times10^{7}}{86400} = 3{,}07\times10^{3}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

3- O هو أحد **محرقي** المدار الإهليلجي (القانون الأول لكبلر). P هي الحضيض و A هي الأوج.

4- $PA = r_1 + r_2 = 2a$ ومنه:

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2} = \frac{6750 + 42230}{2} = 24490\ \text{km}$$

ومن القانون الثالث لكبلر:

$$T_t = \sqrt{K\,a^3} = \sqrt{9{,}91\times10^{-14}\times\left(2{,}449\times10^{7}\right)^3} = 3{,}82\times10^{4}\ \text{s} \approx 10{,}6\ \text{h}$$

مدة الانتقال نصف الدور:

$$\Delta t = \frac{T_t}{2} = 1{,}91\times10^{4}\ \text{s} \approx 5{,}3\ \text{h}$$

5- عند P و A شعاع السرعة عمودي على نصف القطر الحامل، فالمساحة الممسوحة خلال مدة قصيرة Δt هي $\frac{1}{2}r\,v\,\Delta t$. تساوي المساحتين يعطي: $r_1\,v_P = r_2\,v_A$:

$$v_A = \frac{r_1\,v_P}{r_2} = \frac{6750\times10{,}09}{42230} = 1{,}61\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$$

6-

$$\Delta v_P = v_P - v_1 = 10{,}09 - 7{,}68 = 2{,}41\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$$

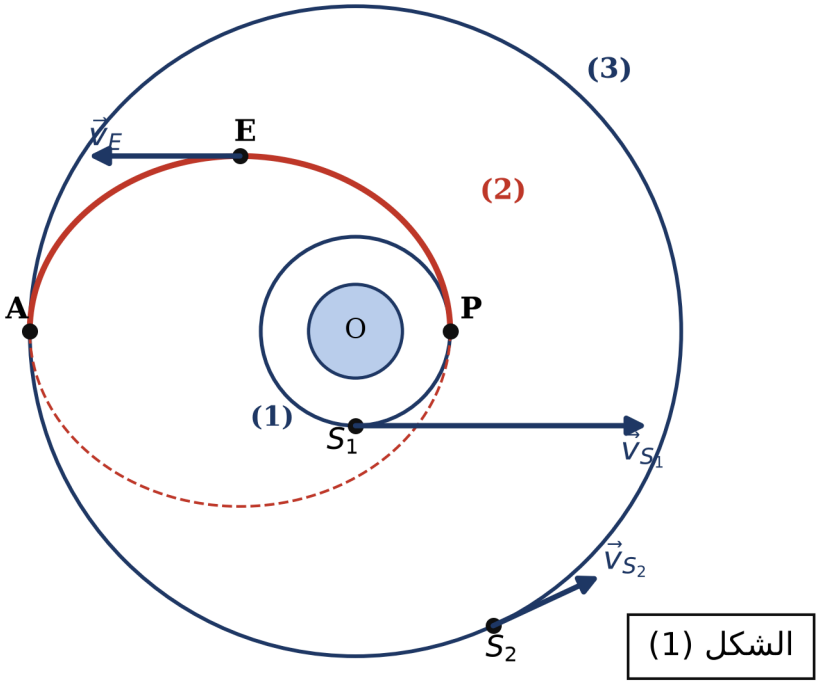
$$\Delta v_A = v_3 - v_A = 3{,}07 - 1{,}61 = 1{,}46\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$$

التغيران موجبان: **تسريع في الموضعين.**

7- على المدارين الدائريين $v = \sqrt{\frac{G\,M_T}{r}}$ تنقص كلما زاد r، إذن $v_{S_1} = 7{,}7\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ و $v_{S_2} = 3{,}1\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$. ويبقى للموضع E القيمة $4{,}0\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$. نتحقق:

$$v_E = \sqrt{\frac{G\,M_T}{a}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{2{,}449 \times 10^{7}}} = 4{,}0 \times 10^{3}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

8- أطوال الأسهم: 3,85 cm عند S_1 و 2,0 cm عند E و 1,55 cm عند S_2 ، وكل شعاع مماسي للمسار في جهة الحركة.



الشكل (1)

www.tebibphysique.com — الأستاذ تبيب حكيم