الميكانيك والطاقة — الوحدة 02

العمل والطاقة الحركية

حالة حركة انسحابية

الدرس · الملخّص · 31 تمرينا متدرّجا · الحلول المفصّلة

الأستاذ تيبب حكيم

السنة الثانية ثانوي — علوم تجريبية

فهرس

المحتويات

الجزء الأول	**الدرس** الحركة الانسحابية، عمل قوة ثابتة، عمل الثقل، الاستطاعة، الطاقة الحركية، مبدأ انحفاظ الطاقة	3
الجزء الثاني	**ملخّص الدرس** العلاقات الأساسية، حالات الارتفاع h، الحصيلة الطاقوية والأخطاء الشائعة	14
الجزء الثالث	**سلسلة التمارين** المستوى 1 : تطبيق مباشر (1–8) · المستوى 2 : تثبيت (9–19) · المستوى 3 : تعمّق (20–31)	17
الجزء الرابع	**الحلول المفصّلة** حلّ كلّ تمرين مسبوقا بتوجيه منهجي، مع التنبيه إلى الأخطاء الشائعة	38
	تابعوا الأستاذ المنصّة وقنوات التواصل	67

كيف تستعمل هذا الكتاب ؟

1. اقرأ **الدرس** مع أمثلته المحلولة، ثمّ احفظ **الملخّص** والعلاقات المؤطّرة.
2. أنجز التمارين **بالترتيب** : المستوى 1 ثمّ 2 ثمّ 3، على كرّاسك وقبل النظر في الحلول.
3. عند التصحيح اقرأ أوّلا **التوجيه المنهجي** : هو الطريقة التي تصلح لكلّ التمارين المشابهة.
4. راجع إطارات «**انتبه : خطأ شائع**» : أغلب النقاط الضائعة في الفروض تأتي منها.

الجزء الأول

الدرس

عمل قوة ثابتة · عمل الثقل · الاستطاعة · الطاقة الحركية · مبدأ انحفاظ الطاقة

ماذا سأتعلّم في هذه الوحدة ؟

- أعبّر عن **عمل قوة ثابتة** وأحسبه، وأميّز بين العمل المحرّك والعمل المقاوم والعمل المعدوم.
- أحسب **عمل الثقل** مهما كان المسار، وأعيّن الارتفاع **h** في الحالات المختلفة.
- أحسب **الطاقة الحركية** لجسم صلب في حركة انسحابية.
- أوظّف **مبدأ انحفاظ الطاقة** (الحصيلة الطاقوية) لإيجاد سرعة جسم، أو مسافة، أو شدّة قوة.

1. الحركة الانسحابية



انسحاب منحنٍ : المسارات منحنيات متطابقة

انسحاب مستقيم : المسارات قطع مستقيمة متوازية

في الحالتين تبقى القطعة التي تصل نقطتين من الجسم موازية لنفسها

تعريف

يكون جسم صلب في **حركة انسحابية** إذا بقيت كلّ قطعة مستقيمة تصل بين نقطتين منه **موازية لنفسها** طوال الحركة. وتكون مسارات جميع نقاطه متطابقة (متوازية).

- **انسحاب مستقيم** : مسارات النقاط قطع مستقيمة (عربة على طريق مستقيم).
- **انسحاب منحنٍ** : مسارات النقاط منحنيات متطابقة (مقعد دولاب الملاهي).

في الحركة الانسحابية يكون لكلّ نقاط الجسم **نفس شعاع السرعة** $\vec{v}$ في كلّ لحظة، لذلك يكفي أن ندرس حركة **نقطة واحدة** منه (عادة مركز عطالته) ونعتبر الجسم **نقطة مادية**.

2. مفهوم العمل

- **المفهوم العام :** العمل جهد يرافقه تعب (حمل محفظة، دفع سيارة...).
- **المفهوم الفيزيائي :** نقول إنّ قوة **أنجزت عملا إذا انتقلت نقطة تطبيقها.** فالشخص الذي يحمل حقيبة ثقيلة وهو واقف في مكانه يتعب، لكنّ القوة التي يطبّقها **لا تنجز عملا** لأنّ نقطة تطبيقها لا تنتقل.

العمل هو **نمط تحويل ميكانيكي للطاقة** W_m (درسناه في الوحدة 01) : القوة التي تنجز عملا تنقل طاقة من الجملة التي تطبّقها إلى الجملة التي تخضع لها، أو العكس.

3. عمل قوة ثابتة في حالة حركة انسحابية مستقيمة

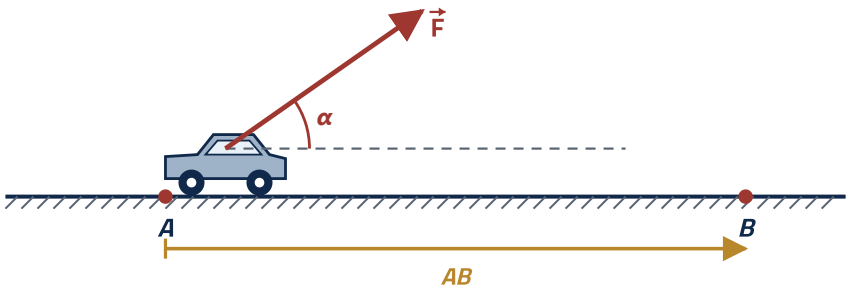
نشاط : دفع عربة بواسطة مجفّف الشعر

نوجّه هواء مجفّف شعر نحو عربة صغيرة موضوعة على طاولة أفقية ملساء، ونريد أن تنتقل العربة من **A** إلى **B**.

1. لكي تبقى القوة **ثابتة** (نفس الحامل، نفس الجهة، نفس الشدّة)، نُبقي المجفّف على نفس البعد من العربة وفي نفس الاتجاه طوال الحركة.
2. لكي تصل العربة إلى **B** **بأكبر سرعة**، نطبّق قوة حاملها موازٍ للانتقال **AB** وجهتها **في جهة الحركة.**
3. لكي تتوقّف العربة بعد **أقصر مسافة**، نطبّق قوة حاملها موازٍ للانتقال وجهتها **عكس جهة الحركة.**
4. القوة التي حاملها **عمودي** على الطريق **لا تؤثّر** على سرعة العربة.

الاستنتاج : أثر القوة على الحركة يتعلّق بشدّتها، وبطول الانتقال، و**بالزاوية** بين شعاع القوة وشعاع الانتقال.

تعريف عمل قوة ثابتة



القوة الثابتة F تصنع الزاوية α مع شعاع الانتقال AB

عمل قوة ثابتة

عمل قوة ثابتة $\vec{F}$ عندما تنتقل نقطة تطبيقها وفق مسار مستقيم من **A** إلى **B** هو :

$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos\alpha$$

- $W_{AB}(\vec{F})$: عمل القوة، وحدته **الجول (J)**.
- **F** : شدّة القوة بالنيوتن **(N)**.
- **AB** : طول الانتقال بالمتر **(m)**.
- **α** : الزاوية بين شعاع القوة $\vec{F}$ وشعاع الانتقال $\overrightarrow{AB}$.

الجول : هو عمل قوة شدّتها **1 N** تنتقل نقطة تطبيقها مسافة **1 m** في اتجاهها وجهتها : **1 J = 1 N · 1 m**.

تطبيق 01

تجرّ شاحنة سيارة بقوة ثابتة **F = 1000 N** موازية للطريق وفي جهة الحركة، فتنتقل السيارة من **A** إلى **B** حيث **AB = 100 m**.

1. هل هذه القوة مساعدة أم معيقة للحركة ؟ — **مساعدة**، لأنّها في جهة الحركة **(α = 0°)**.
2. عمل هذه القوة :

$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos 0° = 1000 \times 100 \times 1 = 1{,}0\times10^{5}\ J$$

3. إشارة العمل موجبة : عمل **محرّك**.

تطبيق 02

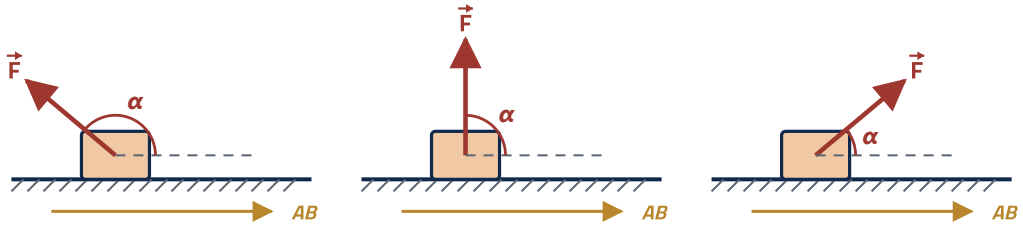
يكبح سائق سيارته على مسافة $AB = 50\ m$، فتكافئ الفرملة قوة ثابتة شدّتها $F = 500\ N$ عكس جهة الحركة.

1. هذه القوة **معيقة** للحركة ($\alpha = 180°$).

2. $$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos 180° = 500 \times 50 \times (-1) = -2{,}5\times10^{4}\ J$$

3. إشارة العمل سالبة : عمل **مقاوم**.

4. العمل المحرّك والعمل المقاوم والعمل المعدوم



إشارة العمل تحدّدها إشارة $\cos\alpha$

الزاوية	$0 \le \alpha < 90°$	$\alpha = 90°$	$90° < \alpha \le 180°$
إشارة العمل	$W > 0$	$W = 0$	$W < 0$
طبيعة العمل	عمل **محرّك** : القوة تساعد الحركة، والجسم **يكتسب** طاقة	عمل **معدوم** : القوة لا تؤثّر على السرعة	عمل **مقاوم** : القوة تعيق الحركة، والجسم **يفقد** طاقة

حالات خاصّة يجب حفظها

- قوة الاحتكاك $\vec{f}$ تعاكس دائما جهة الحركة ($\alpha = 180°$)، فعملها مقاوم دائما :

$$W_{AB}(\vec{f}) = -\ f \cdot AB$$

- قوة رد الفعل الناظمي $\vec{R}$ (لسطح أملس) عمودية على المسار ($\alpha = 90°$)، فعملها معدوم : $W_{AB}(\vec{R}) = 0$.

- توتّر خيط النوّاس عمودي في كلّ لحظة على المسار الدائري للكرية، فعمله معدوم أيضا.

عمل عدّة قوى — العمل الكلّي

إذا خضع الجسم لعدّة قوى، فالعمل الكلّي هو **المجموع الجبري** لأعمالها :

$$\Sigma W = W(\vec{F_1}) + W(\vec{F_2}) + \dots + W(\vec{F_n})$$

وإذا كان المسار مكوّنا من عدّة أجزاء مستقيمة $A_0A_1, A_1A_2, \dots$، فعمل القوة على كامل المسار هو مجموع أعمالها على كلّ جزء :

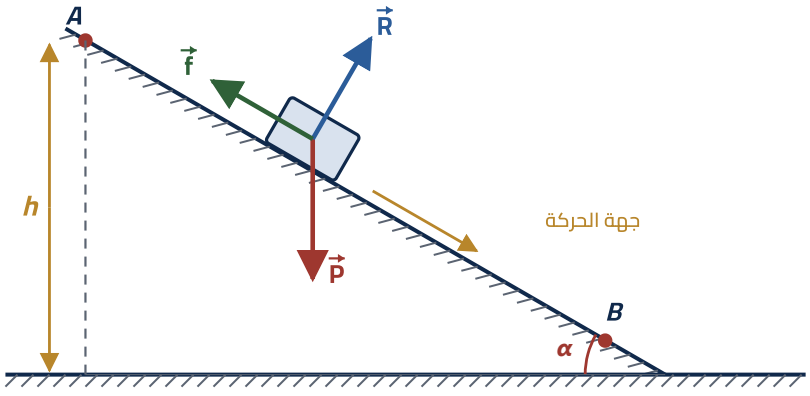
$$W_{A_0A_n}(\vec{F}) = W_{A_0A_1} + W_{A_1A_2} + \dots + W_{A_{n-1}A_n}$$

انتبه : خطأ شائع

لا تكتب $W = F \cdot AB$ دون $\cos\alpha$ إلاّ إذا كانت القوة موازية للانتقال. وانتبه : الزاوية α هي الزاوية بين **القوة** و**الانتقال**، وليست دائما الزاوية المعطاة في الشكل (مثلا زاوية ميل المستوي).

5. عمل الثقل

نشاط : جسم ينزلق على مستوٍ مائل خشن



جسم ينزلق من A إلى B على مستوٍ مائل بزاوية α

1. **العلاقة بين الانتقال والارتفاع** : في المثلث القائم $\sin\alpha = h / AB$، إذن $h = AB \cdot \sin\alpha$.

2. **القوى المطبّقة :** الثقل $\vec{P}$ (شاقولي نحو الأسفل)، ردّ الفعل الناظمي $\vec{R}$ (عمودي على المستوي)، وقوة الاحتكاك $\vec{f}$ (عكس جهة الحركة).

3. **عمل $\vec{R}$:** معدوم لأنّ $\vec{R}$ عمودي على الانتقال.

4. **عمل $\vec{f}$:** $W_{AB}(\vec{f}) = f \cdot AB \cdot \cos 180° = -f \cdot AB$ (مقاوم).

5. **عمل $\vec{P}$:** الزاوية بين $\vec{P}$ و$\overrightarrow{AB}$ هي $(90° - \alpha)$، و$\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$:

$$W_{AB}(\vec{P}) = P \cdot AB \cdot \cos(90° - \alpha) = P \cdot AB \cdot \sin\alpha = m \cdot g \cdot h$$

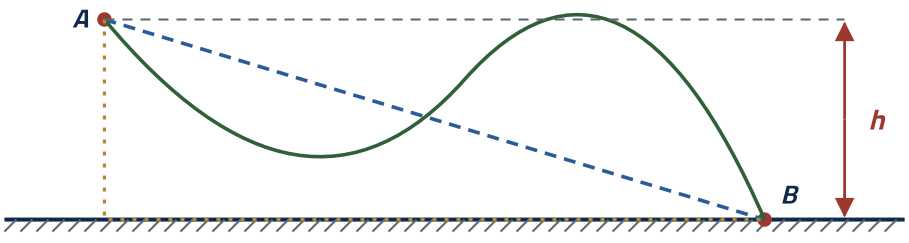
عمل الثقل

عمل ثقل جسم **لا يتعلّق بالمسار المتّبع**، بل بكتلة الجسم وبـ**فرق الارتفاع** بين الموضع الابتدائي والموضع النهائي فقط :

$$W_{AB}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$$

- عند النزول $(z_A > z_B)$: عمل الثقل محرّك : $W_{AB}(\vec{P}) = +\,m{\cdot}g{\cdot}h$
- عند الصعود $(z_A < z_B)$: عمل الثقل مقاوم : $W_{AB}(\vec{P}) = -\,m{\cdot}g{\cdot}h$
- على مسار أفقي $(z_A = z_B)$: عمل الثقل معدوم.

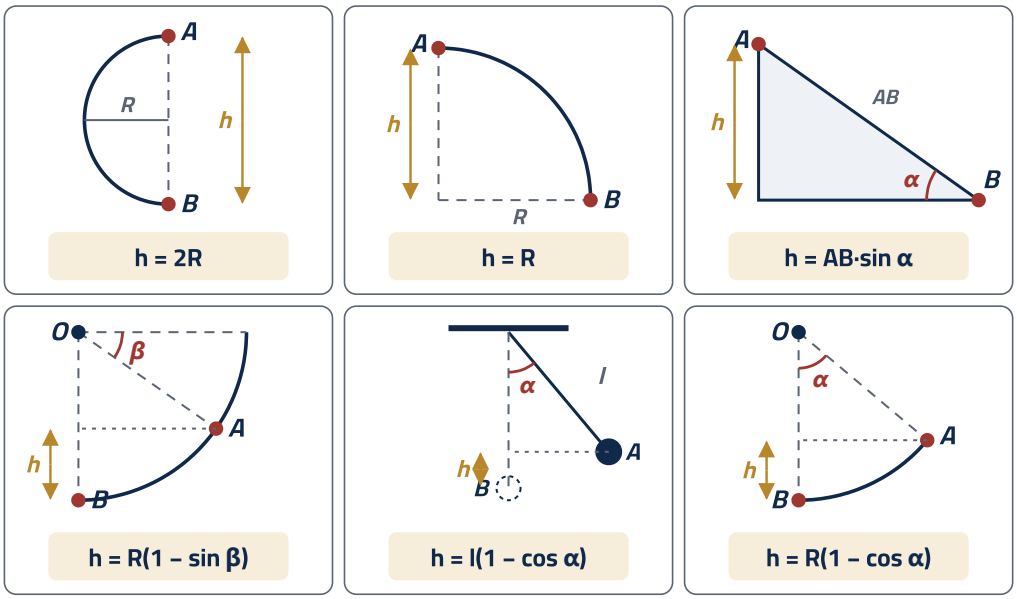
حيث h فرق الارتفاع (بالمتر) وg شدّة الجاذبية الأرضية (N/kg)، وغالبا $g = 9{,}8\ N/kg$ أو $g = 10\ N/kg$.



مهما كان المسار من A إلى B يبقى عمل الثقل نفسه : $W(P) = m{\cdot}g{\cdot}h$

الطريق المستقيم أو المنحني أو المنكسر : نفس العمل لأنّ فرق الارتفاع نفسه

كيف نعيّن الارتفاع h ؟ حالات شائعة



h هو دائما فرق الارتفاع (على الشاقول) بين الموضعين

توجيه منهجي

لإيجاد **h** : ارسم **الخطّ الأفقي** المارّ بالنقطة الأعلى، ثم أسقط النقطة الأخرى عليه، واستعمل المثلث القائم الذي يظهر. تذكّر : **sin** = المقابل / الوتر و**cos** = المجاور / الوتر.

6. الاستطاعة

استطاعة قوة

الاستطاعة هي **سرعة إنجاز العمل** : العمل المنجَز في وحدة الزمن.

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

P بالواط **(W)**، **W** بالجول **(J)** و**Δt** بالثانية **(s)**.

حالة سرعة ثابتة : إذا تحرّك الجسم بسرعة ثابتة **v** تحت تأثير قوة ثابتة $\vec{F}$ تصنع الزاوية **α** مع الانتقال :

$$P = \frac{F \cdot AB \cdot \cos\alpha}{\Delta t} = F \cdot v \cdot \cos\alpha$$

انتبه : خطأ شائع

لا تخلط بين **P** الاستطاعة (بالواط) و$\vec{P}$ الثقل (بالنيوتن). وحوّل السرعة إلى **m/s** قبل الحساب : **v (m/s) = v (km/h) ÷ 3,6** ، مثلا **54 km/h = 15 m/s**.

7. الطاقة الحركية لجسم صلب في حركة انسحابية

ملاحظة

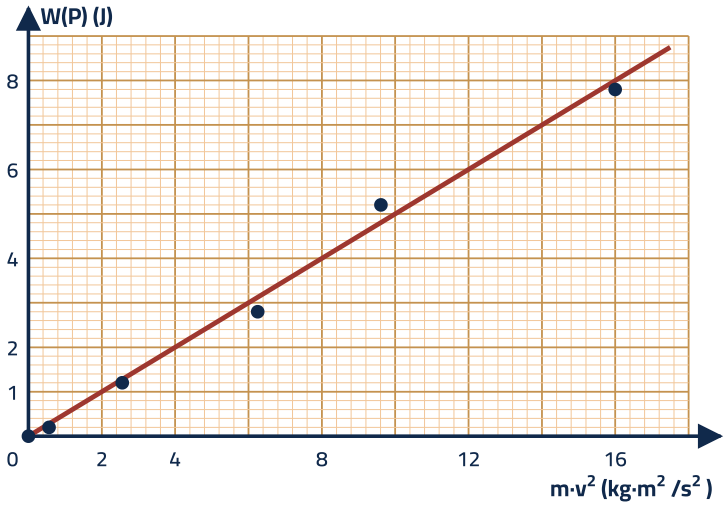
عند اصطدام سيارات متماثلة بعمود إنارة، تُحدث السيارة **الأسرع** أثرا أكبر، وتُحدث الشاحنة **المحمّلة** أثرا أكبر من الفارغة بنفس السرعة. إذن الطاقة الحركية لجسم تتعلّق **بسرعته وبكتلته**. فما هي عبارتها ؟

نشاط تجريبي : السقوط الحرّ لكرة

نصوّر بالتصوير المتعاقب سقوط كرة كتلتها **m = 1 kg** بدون سرعة ابتدائية، بفاصل زمني **τ = 0,08 s**، ونعالج التسجيل ببرمجية مناسبة (Aviméca). نأخذ **g = 10 N/kg**. يعطي الجدول ارتفاع السقوط **h** انطلاقا من الموضع **M_0** وسرعة الكرة **v** في كلّ موضع :

الموضع	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
h (m)	0	0,02	0,12	0,28	0,52	0,78
v (m/s)	0	0,75	1,6	2,5	3,1	4,0
$m \cdot v^2$ ($kg \cdot m^2/s^2$)	0	0,56	2,56	6,25	9,61	16
$W(\vec{P}) = m \cdot g \cdot h$ (J)	0	0,2	1,2	2,8	5,2	7,8

(السرعة في الموضع M_i تُحسب بالعلاقة $v_i = (h_{i+1} - h_{i-1}) / 2\tau$، ومنه $h_6 = 1,16$ m : M_6 ضروري لحساب v_5.)



البيان $W(P) = f(m \cdot v^2)$: خطّ مستقيم يمرّ بالمبدأ ميله $\approx 0,5$

1. **البيان** خطّ مستقيم يمرّ بالمبدأ، معادلته من الشكل $\vec{W(P)} = a \cdot m \cdot v^2$، وميله $a \approx 7,8 / 16 \approx 0,49 \approx ½$. إذن :

$$\vec{W(P)} = ½\, m \cdot v^2 \quad \dots (1)$$

2. **الحصيلة الطاقوية** للجملة (كرة) بين M_0 وموضع كيفي M : الكرة تكتسب طاقة بالعمل المحرّك للثقل، فتزداد طاقتها الحركية. معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{c0} + \vec{W(P)} = E_c$، ومع $E_{c0} = 0$ (انطلاق بدون سرعة) : $E_c = \vec{W(P)}$ ... (2)

3. من (1) و(2) نستنتج عبارة الطاقة الحركية.

الطاقة الحركية الانسحابية

كلّ جسم صلب كتلته m يتحرّك حركة انسحابية بسرعة v يملك طاقة حركية :

$$E_c = ½ \cdot m \cdot v^2$$

E_c بالجول **(J)**، m بالكيلوغرام **(kg)**، v بـ**(m/s)**.

- الطاقة الحركية مقدار **موجب دائما**، وتنعدم عندما يكون الجسم ساكنا.
- إذا تضاعفت السرعة تتضاعف الطاقة الحركية **أربع مرّات** (لأنّها تتعلّق بمربّع السرعة).
- لإيجاد السرعة من الطاقة الحركية : $v = \sqrt{2E_c / m}$.

8. العمل والطاقة الحركية : مبدأ انحفاظ الطاقة

نختار في هذه الوحدة **الجملة (الجسم) وحده.** شكل الطاقة الوحيد المخزّن فيه هو الطاقة الحركية E_c، ويتبادل الطاقة مع الوسط الخارجي (الأرض، الهواء، السطح، الشخص الذي يجرّ...) بنمط واحد هو **العمل.**

معادلة انحفاظ الطاقة للجملة (جسم) بين موضعين A و B

$$E_{cA} + \Sigma W^{+} - \Sigma|W^{-}| = E_{cB}$$

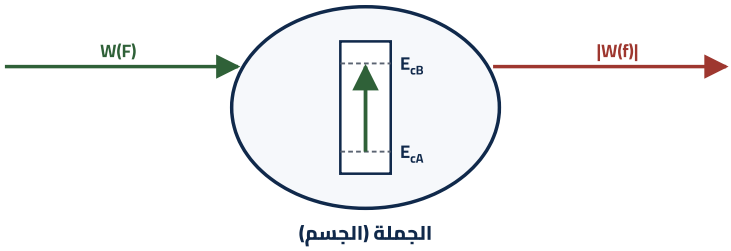
حيث W^{+} الأعمال المحرّكة (طاقة مكتسبة) و$|W^{-}|$ القيم المطلقة للأعمال المقاومة (طاقة مفقودة). أو بالكتابة الجبرية (كلّ عمل بإشارته) :

$$E_{cA} + \Sigma W_{AB} = E_{cB} \Leftrightarrow \Delta E_c = E_{cB} - E_{cA} = \Sigma W_{AB}$$

تغيّر الطاقة الحركية لجسم بين موضعين يساوي المجموع الجبري لأعمال القوى المطبّقة عليه بين هذين الموضعين.

- إذا كان $\Sigma W > 0$: الجسم **يكتسب** طاقة، فتزداد سرعته (حركة متسارعة).
- إذا كان $\Sigma W < 0$: الجسم **يفقد** طاقة، فتتناقص سرعته (حركة متباطئة).
- إذا كان $\Sigma W = 0$: طاقته الحركية ثابتة، فسرعته **ثابتة** (حركة منتظمة)، والعكس صحيح.

الحصيلة الطاقوية



مثال : جسم يُجرّ على طريق أفقي خشن فتزداد سرعته

- نرسم الجملة داخل فقاعة، وفيها عمود يمثّل E_c : **سهم صاعد** إذا زادت E_c، و**نازل** إذا نقصت.
- الأعمال **المحرّكة** تمثَّل بأسهم **داخلة** إلى الجملة (طاقة مكتسبة).
- الأعمال **المقاومة** تمثَّل بأسهم **خارجة** من الجملة (طاقة مفقودة).
- القوى التي عملها معدوم ($\vec{R}$ على سطح أفقي أو أملس، $\vec{P}$ على مسار أفقي) **لا تُرسم.**

توجيه منهجي

منهجية حلّ تمرين بمبدأ انحفاظ الطاقة :

1. حدّد **الجملة** (الجسم) و**الموضعين** الابتدائي والنهائي.
2. **مثّل القوى** المطبّقة على الجسم وحدّد زاوية كلّ قوة مع الانتقال.
3. احسب **عمل كلّ قوة** بإشارته، وأعط الارتفاع **h** بالعلاقة المناسبة.
4. **مثّل الحصيلة الطاقوية، ثمّ اكتب معادلة انحفاظ الطاقة.**
5. استخرج المجهول حرفيًّا أوّلا، ثمّ عوّض بالأرقام مع الوحدات، وتحقّق من معقولية النتيجة.

مثال محلول

نصّ المثال

ينطلق جسم كتلته $m = 2\ kg$ بدون سرعة ابتدائية من أعلى مستوٍ مائل أملس طوله $AB = 2,5\ m$ يميل عن الأفق بزاوية $\alpha = 30°$. أوجد سرعته في B. $(g = 10\ N/kg)$

1. **الجملة :** الجسم. **القوى :** $\vec{P}$ و$\vec{R}$ (المستوي أملس، فلا احتكاك).
2. **الأعمال :** $W_{AB}(\vec{R}) = 0$ ؛ و$h = AB \cdot \sin\alpha = 2,5 \times 0,5 = 1,25\ m$، والجسم ينزل :

$$W_{AB}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot h = 2 \times 10 \times 1,25 = 25\ J$$

3. **الحصيلة :** سهم $W(\vec{P})$ داخل، وE_c تزداد.
4. **المعادلة :** $E_{cA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{cB} \Rightarrow 0 + 25 = ½ \times 2 \times v_B^2$

5. $$v_B = \sqrt{2 \cdot W(\vec{P}) / m} = \sqrt{25} = 5\ m/s$$

انتبه : خطأ شائع

في هذه الوحدة لا ندخل الطاقة الكامنة الثقالية في حساباتنا : الأرض **خارج** الجملة، وتأثيرها يُحسب **بعمل الثقل**. الجملة (جسم + أرض) والطاقة الكامنة الثقالية E_{pp} هي موضوع الوحدة الموالية. لا تحسب الاثنين معا : إمّا عمل الثقل وإمّا تغيّر E_{pp}.

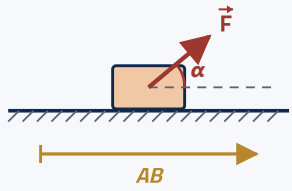
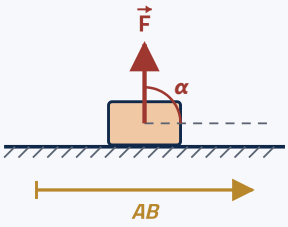
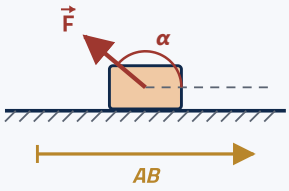
الجزء الثاني

ملخّص الدرس

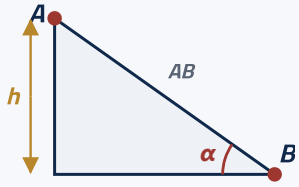
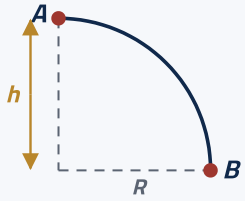
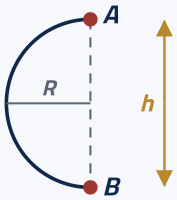
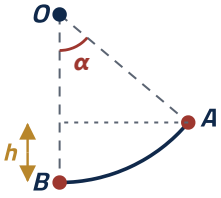
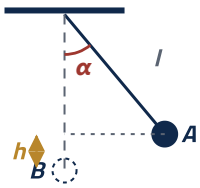
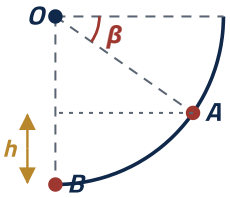
كلّ ما يجب حفظه في ثلاث صفحات

المفهوم	العلاقة	ملاحظات
عمل قوة ثابتة	$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos\alpha$	α : الزاوية بين $\vec{F}$ و$\overrightarrow{AB}$ ؛ الوحدة : الجول J
عمل الاحتكاك	$W_{AB}(\vec{f}) = -f \cdot AB$	مقاوم دائما ($\alpha = 180°$)
عمل ردّ الفعل الناظمي	$W_{AB}(\vec{R}) = 0$	$\vec{R}$ عمودي على الانتقال
عمل الثقل	$W_{AB}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot (z_A - z_B) = \pm m \cdot g \cdot h$	لا يتعلّق بالمسار ؛ + عند النزول، − عند الصعود، 0 على مسار أفقي
العمل الكلّي	$\Sigma W = W_1 + W_2 + \ldots + W_n$	مجموع جبري (كلّ عمل بإشارته)
الاستطاعة	$P = W / \Delta t = F \cdot v \cdot \cos\alpha$	بالواط W ؛ الصيغة الثانية لسرعة ثابتة
الطاقة الحركية	$E_c = \frac{1}{2} m v^2$	$v = \sqrt{(2E_c/m)}$ ؛ موجبة دائما
انحفاظ الطاقة (جسم)	$E_{cA} + \Sigma W_{AB} = E_{cB}$	$\Delta E_c = \Sigma W$

طبيعة العمل حسب الزاوية

$0 \le \alpha < 90°$	$\alpha = 90°$	$90° < \alpha \le 180°$
		
$W > 0$: محرّك الجسم يكتسب طاقة	$W = 0$: معدوم	$W < 0$: مقاوم الجسم يفقد طاقة

الارتفاع h في الحالات الشائعة

مستوٍ مائل	ربع دائرة	نصف دائرة
		
$h = AB \cdot \sin\alpha$	$h = R$	$h = 2R$
مسار دائري : زاوية α مع الشاقول	**نوّاس : زاوية α مع الشاقول**	**مسار دائري : زاوية β مع الأفق**
		
$h = R(1 - \cos\alpha)$	$h = l(1 - \cos\alpha)$	$h = R(1 - \sin\beta)$

الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم)

- عمود E_c داخل الجملة : سهم صاعد إذا زادت السرعة، ونازل إذا نقصت، وبدون سهم إذا كانت السرعة ثابتة.
- سهم داخل لكلّ عمل محرّك، وسهم خارج لكلّ عمل مقاوم. القوى ذات العمل المعدوم لا تُرسم.
- $\Sigma W > 0$: تسارع ؛ $\Sigma W < 0$: تباطؤ ؛ $\Sigma W = 0$: سرعة ثابتة.

علاقات تُستعمل كثيرا

$$v_B^2 = v_A^2 + \frac{2 \cdot \Sigma W}{m}$$

- جسم يُقذف شاقوليا نحو الأعلى بسرعة v_0 (بدون احتكاك) : أقصى ارتفاع $h_{max} = v_0^2 / 2g$.
- جسم يُترك بدون سرعة ابتدائية وينزل ارتفاعا h (بدون احتكاك) : $v = \sqrt{2\,g\,h}$ مهما كان المسار.
- جسم يتوقّف على طريق أفقي بفعل الاحتكاك وحده : $\frac{1}{2}\,m\,v_0^2 = f \cdot d$.
- تحويل الوحدات : $1\ km/h = 1/3{,}6\ m/s$ ؛ $1\ g = 10^{-3}\ kg$ ؛ $1\ cm = 10^{-2}\ m$ ؛ $1\ t = 1000\ kg$.

انتبه : خطأ شائع

- نسيان $\cos\alpha$، أو أخذ زاوية الميل بدل الزاوية بين القوة والانتقال.
- كتابة $W(\vec{P}) = m \cdot g \cdot AB$ بدل $m \cdot g \cdot h$ على مستوٍ مائل.
- نسيان الإشارة السالبة لعمل الاحتكاك أو لعمل الثقل عند الصعود.
- نسيان تربيع السرعة في E_c، أو نسيان الجذر عند استخراج v.
- ترك الكتلة بالغرام أو السرعة بـkm/h.

الجزء الثالث

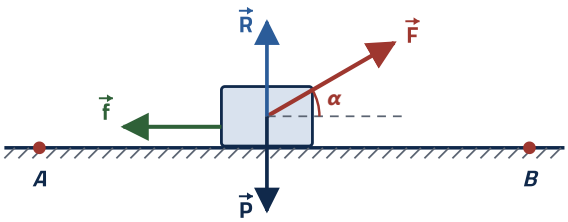
سلسلة التمارين

إحدى وثلاثون تمرينا مرتّبة من الأسهل إلى الأصعب

المستوى 1 تمارين تطبيقية مباشرة عمل قوة، طبيعته، الطاقة الحركية

التمرين 1

جسم (S) كتلته $M = 3\ kg$ كان ساكنا في الموضع A، ثمّ انتقل على طريق مستقيم أفقي تحت تأثير أربع قوى :

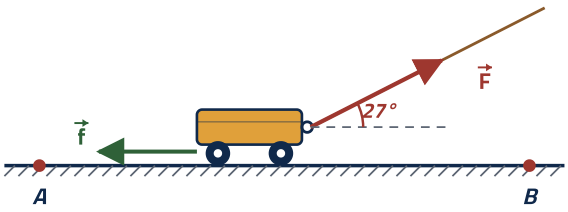


- $\vec{F}$: شدّتها $F = 4\ N$، تصنع مع منحى الانتقال $\overrightarrow{AB}$ زاوية $\alpha = 30°$ ؛
- $\vec{f}$: قوة احتكاك معاكسة لجهة الحركة شدّتها $f = 0,3\ N$ ؛
- الثقل $\vec{P}$ وردّ الفعل الناظمي $\vec{R}$.

طول الانتقال $AB = 10\ m$.

1. صنّف أعمال القوى الممثّلة (محرّك، مقاوم، معدوم)، ثمّ احسب عمل كلّ منها بين A وB.
2. احسب المجموع الجبري ΣW لأعمال القوى المطبّقة على الجسم.
3. ما نمط تحويل الطاقة بين الجملة (الجسم) والوسط الخارجي ؟ وهل الطاقة المحوّلة مكتسبة أم ضائعة بالنسبة للجملة ؟
4. ما شكل الطاقة الذي تغيّر خلال هذا الانتقال ؟
5. استنتج سرعة الجسم لحظة مروره بالموضع B.

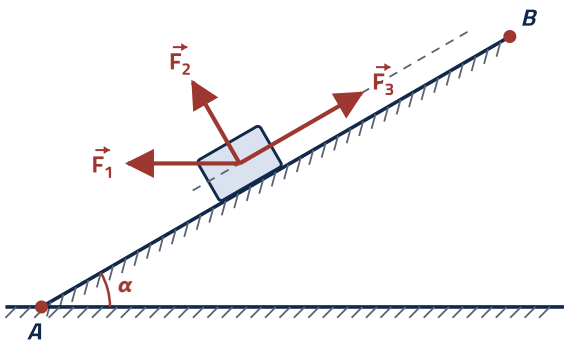
التمرين 2



يطبّق طفل بواسطة حبل قوة ثابتة $\vec{F}$ شدّتها $F = 2\ N$، حاملها يصنع زاوية $27°$ مع المسار، على عربة كتلتها $m = 150\ g$، فتتحرّك مسافة مستقيمة $AB = 160\ cm$ على مستوٍ أفقي بسرعة ثابتة $v = 0{,}5\ m/s$. تخضع العربة لقوة احتكاك $\vec{f}$ شدّتها $f = 1{,}78\ N$.

1. مثّل كلّ القوى التي تخضع لها العربة أثناء حركتها.
2. احسب عمل كلّ قوة خلال الانتقال AB، وحدّد طبيعته.
3. احسب العمل الكلّي المنجز من طرف كلّ القوى. ماذا تستنتج ؟
4. احسب الطاقة الحركية للعربة.
5. احسب مدّة الانتقال من A إلى B، ثمّ استنتج استطاعة القوة $\vec{F}$ بطريقتين.

التمرين 3



تُنقل آجرّة على مستوٍ مائل يصنع خطّ ميله الأعظم مع الأفق زاوية $\alpha = 30°$. تخضع الآجرّة (إضافة إلى ثقلها وردّ فعل المستوي) إلى القوى التالية :

- $\vec{F_1}$: حاملها أفقي، جهتها كما في الشكل، وشدّتها $160\ N$ ؛
- $\vec{F_2}$: عمودية على خطّ الميل الأعظم وشدّتها $90\ N$ ؛
- $\vec{F_3}$: موازية لخطّ الميل الأعظم نحو الأعلى وشدّتها $180\ N$

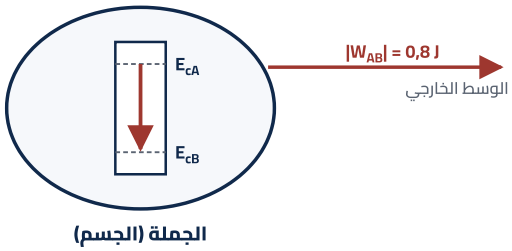
.

احسب العمل الذي تنجزه كلّ قوة من هذه القوى الثلاث عندما تصعد الآجرّة مسافة $d = 3\ m$ على المستوي المائل. ما طبيعة كلّ عمل ؟

التمرين 4

من النقطة A على مستوٍ أفقي خشن، يُقذف جسم كتلته $m = 400\ g$ بسرعة ابتدائية v_0، فيقطع المسافة $AB = 20\ m$ ويتوقّف في B. يمثّل الشكل الحصيلة الطاقوية للجملة (الجسم) بين A وB، حيث $W_{AB} = -0{,}8\ J$ هو العمل الذي تلقّاه

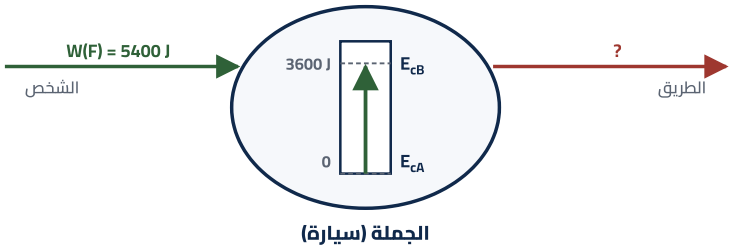
الجسم من الوسط الخارجي.



1. هل اكتسب الجسم طاقة أثناء حركته أم فقدها ؟ علّل.
2. ما قيمة الطاقة الحركية النهائية E_{cB} ؟
3. ما القوة الخارجية التي أنجزت العمل $W_{AB} < 0$ ؟ احسب شدّتها.
4. اكتب العلاقة بين E_{cA} وE_{cB} وW_{AB}، ثمّ استنتج E_{cA} وسرعة القذف v_0.

التمرين 5

يدفع شخص سيارة معطّلة قصد تحريكها على طريق أفقي **AB** طوله **150 m**، بقوة ثابتة $\vec{F}$ موازية للطريق. يمثّل الشكل الحصيلة الطاقوية للجملة (سيارة) منذ بداية الدفع (السيارة ساكنة) إلى غاية الإقلاع في **B**.



1. اعتمادا على المخطّط، بيّن :

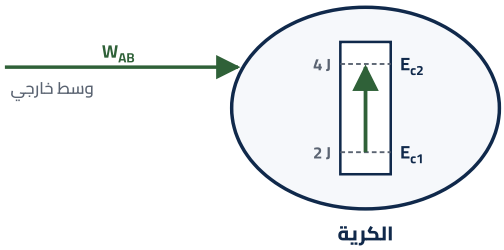
أ) هل حركة السيارة منتظمة أم متغيّرة ؟ علّل.

ب) هل تخضع السيارة لقوى مقاومة ؟ علّل، وفي حالة وجودها احسب عملها.

2. احسب شدّة القوة $\vec{F}$ التي يطبّقها الشخص، وشدّة القوة المقاومة $\vec{f}$ (نعتبرها ثابتة).

التمرين 6

يمثّل الشكل الحصيلة الطاقوية لكرية كتلتها **m = 100 g** تسقط سقوطا حرّا، بين مرورها بالنقطة **A** ثمّ بالنقطة **B**.



1. أ) ماذا يمثّل W_{AB} ؟ وما القوة التي تنجز هذا العمل أثناء السقوط ؟

ب) ما طبيعة هذا العمل (محرّك أم مقاوم) ؟

جـ) احسب قيمة هذا العمل بين الموضعين **A** و**B**.

2. أ) ما هو الوسط الخارجي الذي قدّم عملا للكرية ؟

ب) احسب المسافة **AB**، واستنتج سرعة مرور الكرية بالنقطتين **A** و**B**.

3. نفترض الآن أنّ الكرية تخضع أثناء سقوطها بين **A** و**B** إلى قوة احتكاك الهواء $\vec{f}$ شاقولية وثابتة، وأنّ تغيّر طاقتها الحركية أصبح $\Delta E_c = 1{,}5\ J$ (ونفس المسافة **AB**).

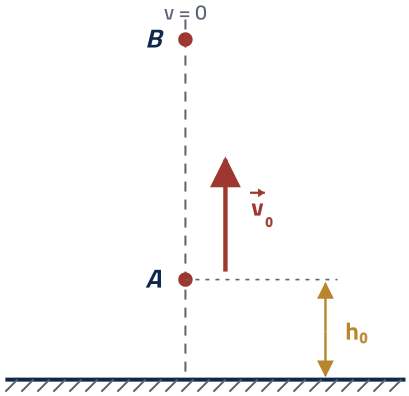
أ) مثّل الحصيلة الطاقوية للكرية في هذه الحالة.

ب) استنتج شدّة قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 7

يقذف أحمد سهما شاقوليا نحو الأعلى بواسطة مسدّس لعبة. نعتبر مقاومة الهواء مهملة، والسهم جسما نقطيا كتلته $m = 50\ g$، وسرعته الابتدائية شاقولية نحو الأعلى قيمتها $v_0 = 5\ m/s$. يُقذف السهم من الارتفاع $h_0 = 1{,}75\ m$ عن سطح الأرض.



1. احسب الطاقة الحركية للسهم لحظة قذفه.

2. مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة (سهم) بين موضع القذف **A** وأعلى موضع **B** يبلغه.

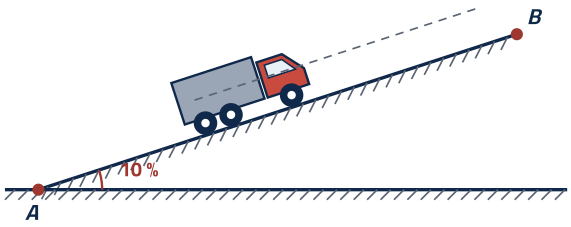
3. بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على هذه الجملة، أوجد أقصى ارتفاع يبلغه السهم بالنسبة لسطح الأرض.

4. يعود السهم فيسقط على الأرض. احسب سرعته لحظة ملامسته الأرض.

نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 8

تصعد شاحنة كتلتها $M = 2\ t$ طريقا مستقيما مائلا ميله $10\ \%$ (أي ترتفع $10\ m$ كلّما قطعت $100\ m$ على الطريق : $\sin \alpha = 0,1$)، بسرعة ثابتة $v = 54\ km/h$.



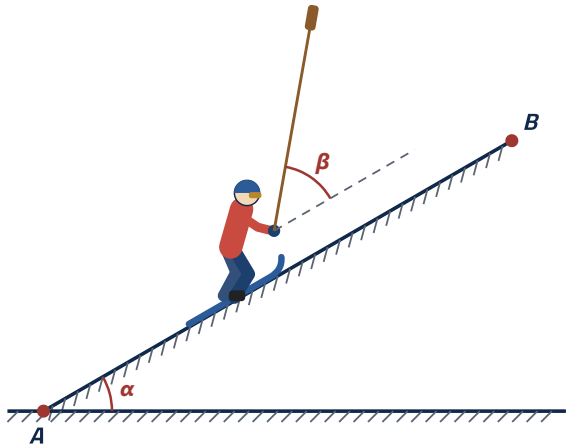
1. مثّل القوى المؤثّرة على الشاحنة (نعتبر قوى الاحتكاك مهملة، وقوة المحرّك $\vec{F}$ موازية للطريق).
2. حدّد طبيعة عمل كلّ قوة (محرّك، مقاوم، معدوم).
3. باستعمال مبدأ انحفاظ الطاقة، احسب شدّة القوة $\vec{F}$ التي يبذلها محرّك الشاحنة.
4. احسب الاستطاعة التي يقدّمها المحرّك.

نعطي : $g = 10\ N/kg$

المستوى 2 تمارين تثبيت المستوي المائل، الاحتكاك، تتابع عدّة مسارات

التمرين 9

يُسحب متزحلق على الثلج كتلته $m = 80\ kg$ بسرعة ثابتة $v = 10\ km/h$ بواسطة آلة سحب، حيث يصنع الحبل الذي يجرّه زاوية $\beta = 50°$ مع خطّ الميل الأعظم للمسلك، ويصنع هذا الأخير زاوية $\alpha = 30°$ مع الأفق. تكافئ مختلف الاحتكاكات قوة وحيدة $\vec{f}$ معاكسة لجهة الحركة شدّتها ثابتة $f = 50\ N$.



1. أحصِ القوى المطبّقة على المتزحلق.

2. عندما يرتفع المتزحلق ارتفاعا $h = 2\ m$:

أ) ما المسافة التي يقطعها على المسلك ؟

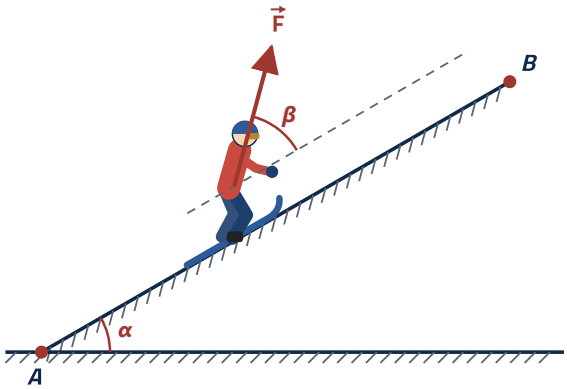
ب) احسب عمل الثقل $\vec{P}$ وعمل قوة الاحتكاك. ما طبيعة كلّ منهما ؟

ج) بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، استنتج عمل قوة الحبل $\vec{T}$ وطبيعته.

3. استنتج شدّة القوة $\vec{T}$ التي يطبّقها الحبل، ثمّ استطاعتها.

نعطي : $g = 9{,}8\ N/kg$

التمرين 10



يُجرّ متزحلق كتلته $m = 85\ kg$ على مستوٍ مائل AB طوله $100\ m$، زاوية ميله عن الأفق $\alpha = 30°$، تحت تأثير قوة $\vec{F}$ ثابتة الشدّة والاتجاه $(F = 900\ N)$، يصنع حاملها مع خطّ الميل الأعظم زاوية $\beta = 45°$. يخضع المتزحلق أثناء حركته لقوة احتكاك $\vec{f}$ معاكسة لجهة الحركة شدّتها ثابتة $f = 150\ N$.

1. مثّل القوى المؤثّرة على المتزحلق.

2. احسب عمل كلّ قوة عند انتقاله من A إلى B.

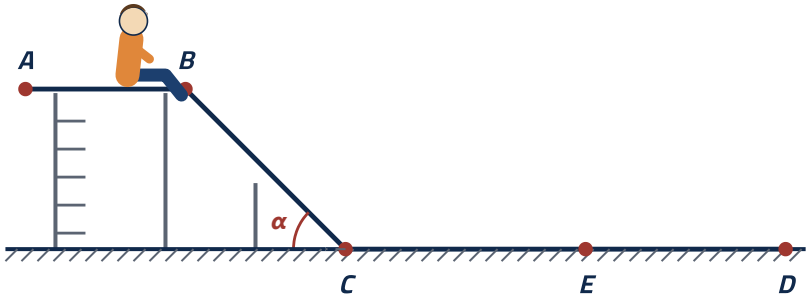
3. احسب العمل الكلّي. هل تزداد سرعة المتزحلق أم تتناقص ؟

4. مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة (متزحلق) بين A وB.

نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 11

يستعمل الأطفال في حدائق التسلية لعبة التزحلق الموضّحة في الشكل، وتتكوّن من المستويات المتتالية : المستوي الأفقي AB، المستوي المائل BC طوله $l = 4\ m$ يميل عن الأفق بزاوية $\alpha = 45°$، ثمّ المستوي الأفقي CD.



1. يجلس طفل كتلته $m = 30\ kg$ عند النقطة **B**، فيدفعه صديقه ليبدأ النزول على المستوي المائل **BC** بسرعة $v_B = 4\ m/s$، ثمّ ينزل بسرعة ثابتة.

أ) ماذا تستنتج عن مجموع أعمال القوى المطبّقة على الطفل بين **B** و**C** ؟ علّل.

ب) مثّل القوى المطبّقة على مركز عطالة الطفل.

2. أ) احسب عمل ثقل الطفل $\vec{P}$ أثناء النزول من **B** إلى **C**.

ب) استنتج عمل قوة الاحتكاك $\vec{f}$، ثمّ احسب شدّتها.

3. يواصل الطفل حركته على المستوي الأفقي **CD**، فيتوقّف في النقطة **E** تحت تأثير قوة احتكاك لها نفس الشدّة السابقة.

أ) مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة (طفل) بين **C** و**E**.

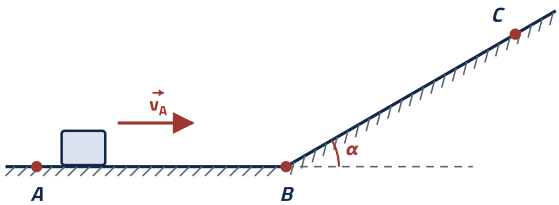
ب) اكتب معادلة انحفاظ الطاقة الموافقة.

ج) استنتج المسافة $d = CE$ التي يقطعها الطفل قبل توقّفه التام.

نعطي : $g = 9,8\ N/kg$

التمرين 12

جسم **(S)** نقطي كتلته $m = 600\ g$ يتحرّك على المسار **ABC** حيث :



- **AB** مستوٍ أفقي طوله $AB = 3\ m$ ؛
- **BC** مستوٍ مائل يميل عن الأفق بزاوية $\alpha = 30°$.

يخضع الجسم على كامل المسار لقوة احتكاك $\vec{f}$ شدّتها ثابتة.

1. نقذف الجسم من **A** بسرعة $v_A = 6\ m/s$ فيبلغ **B** بسرعة $v_B = 4\ m/s$.

أ) مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) بين **A** و**B**.

ب) بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، أوجد شدّة قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

2. يواصل الجسم حركته على المستوي المائل تحت تأثير ثقله ونفس قوة الاحتكاك، حتى يتوقّف في الموضع **C**.

أ) ما طبيعة حركة الجسم على المستوي المائل ؟

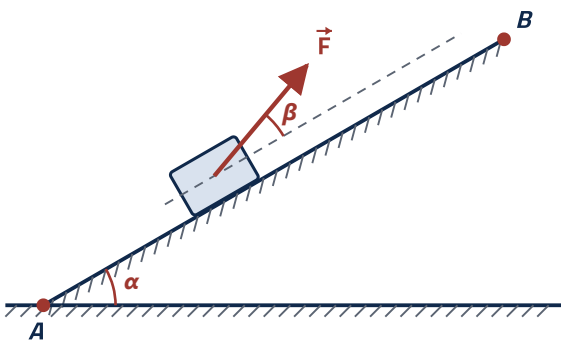
ب) مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) بين **B** و**C**.

جـ) أوجد المسافة **BC**.

نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 13

يُسحب جسم كتلته $m = 400\ g$ من النقطة **A** بدون سرعة ابتدائية على مستوٍ مائل طوله $AB = 2\ m$، يميل عن الأفق بزاوية $\alpha = 30°$، بواسطة قوة ثابتة $F = 10\ N$ يصنع حاملها مع المسار زاوية $\beta = 20°$. يخضع الجسم بين **A** و**B** لقوة احتكاك $\vec{f}$ معاكسة لجهة الحركة شدّتها $f = 4\ N$.



1. مثّل القوى المطبّقة على الجسم عندما يتحرّك على **AB**.

2. احسب عمل كلّ قوة بين **A** و**B**.

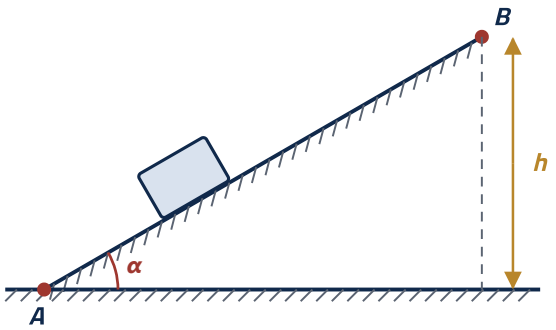
3. مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم)، ثمّ اكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

4. استنتج سرعة الجسم عندما يصل إلى النقطة **B**.

نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 14

ندفع جسما كتلته $m = 500\ g$ من النقطة **A** أسفل مستوٍ مائل طوله $AB = 2\ m$، يميل عن الأفق بزاوية $\alpha = 30°$، بسرعة ابتدائية $v_0 = 5\ m/s$ نحو الأعلى.



1. مثّل القوى المؤثّرة على الجسم أثناء صعوده (نهمل الاحتكاك).
2. اكتب عبارة عمل الثقل بين **A** و**B** بدلالة **m** و**g** و**AB** و**α**.
3. مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) بين **A** و**B**، ثمّ اكتب معادلة انحفاظ الطاقة.
4. بيّن أنّ عبارة السرعة في **B** هي : $v_B = \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha}$، ثمّ احسب قيمتها.
5. تجريبيا وُجد $v_B = 1,5\ m/s$.

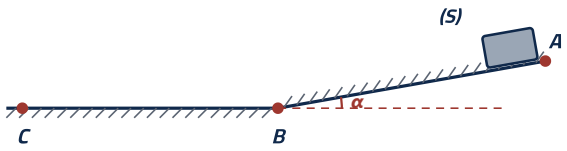
أ) ما سبب الاختلاف بين القيمة المحسوبة والقيمة التجريبية ؟

ب) احسب شدّة القوة المسبّبة لهذا الاختلاف (نعتبرها ثابتة وموازية للمسار).

نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 15

ينزلق جسم **(S)** كتلته $M = 95\ kg$ من النقطة **A** دون سرعة ابتدائية على مستوٍ مائل طوله $AB = 150\ m$، يصنع زاوية $\alpha = 10°$ مع الأفق، نعتبره في البداية أملس. نعتبر الجملة (جسم).



1. مثّل القوى المؤثّرة على الجسم بين **A** و**B**.
2. احسب عمل ثقل الجسم بين **A** و**B**.
3. مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة بين **A** و**B**، ثمّ اكتب معادلة انحفاظ الطاقة.
4. استنتج سرعة الجسم في النقطة **B**.

5. في الحقيقة كانت سرعة الجسم في **B** تساوي **نصف** القيمة السابقة بسبب الاحتكاكات.

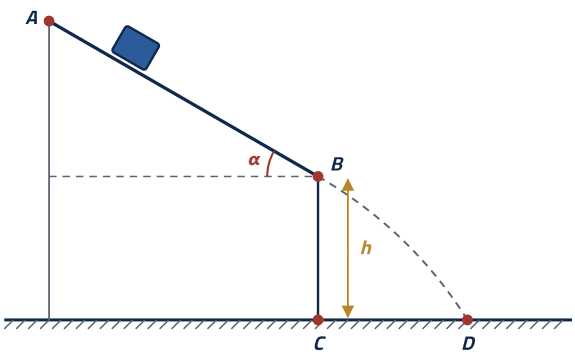
أ) مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة في هذه الحالة، واكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

ب) احسب شدّة قوة الاحتكاك التي نعتبرها ثابتة خلال الحركة.

6. يواصل الجسم حركته على المستوي الأفقي **BC** تحت تأثير نفس قوة الاحتكاك. أوجد المسافة **BC** حيث **C** النقطة التي تنعدم فيها سرعته.

نعطي : $g = 9{,}8\ N/kg$

التمرين 16



يتحرّك جسم نقطي كتلته $m = 400\ g$ من النقطة **A** بدون سرعة ابتدائية على مستوٍ مائل طوله $AB = 5\ m$ يميل عن الأفق بزاوية $\alpha = 30°$، فيصل إلى **B** بالسرعة $v_B = 2\ m/s$. يخضع الجسم بين **A** و**B** لقوة احتكاك $\vec{f}$ ثابتة معاكسة لجهة الحركة.

1. مثّل القوى المطبّقة على الجسم بين **A** و**B**.

2. اكتب عبارة عمل الثقل بدلالة **m** و**g** و**AB** و**α**، واحسب قيمته.

3. بالاستعانة بالحصيلة الطاقوية، اكتب معادلة انحفاظ الطاقة بين **A** و**B**، واستنتج شدّة قوة الاحتكاك **f**.

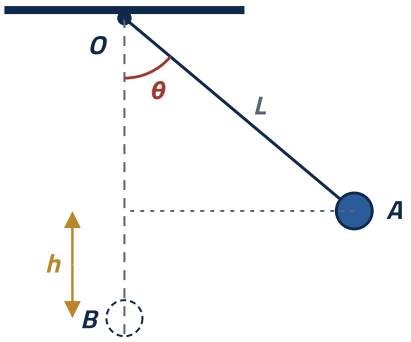
4. يغادر الجسم النقطة **B** فيسقط على الأرض في النقطة **D** بسرعة $v_D = 3{,}5\ m/s$ (نهمل تأثير الهواء).

أ) مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) بين **B** و**D**، واكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

ب) استنتج الارتفاع $h = BC$.

نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 17

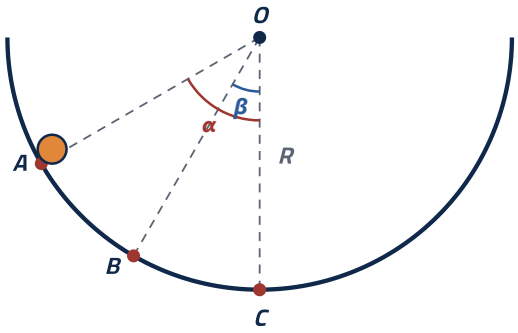


نوّاس بسيط مكوّن من كرية صغيرة كتلتها **m** مثبّتة في طرف خيط مهمل الكتلة وعديم الامتطاط طوله **L = 80 cm**، طرفه الآخر مثبّت في النقطة **O**. نزيح النوّاس عن وضع توازنه بزاوية **θ = 50°** ، ثمّ ندفع الكرية من الموضع **A** بسرعة ابتدائية $v_A = 0{,}5\ m/s$. نهمل جميع الاحتكاكات.

1. أوجد عبارة الارتفاع **h** بدلالة **L** و**θ**، ثمّ عبارة عمل الثقل بين **A** و**B**.
2. لماذا لا ينجز توتّر الخيط $\vec{T}$ أيّ عمل ؟
3. باستعمال مبدأ انحفاظ الطاقة، احسب سرعة الكرية في الموضع **B** (موضع التوازن الشاقولي).
4. تواصل الكرية حركتها لتصعد في الجهة المقابلة. ما الزاوية θ_m التي يصنعها الخيط مع الشاقول عندما تنعدم سرعتها ؟

نعطي : **g = 10 N/kg**

التمرين 18



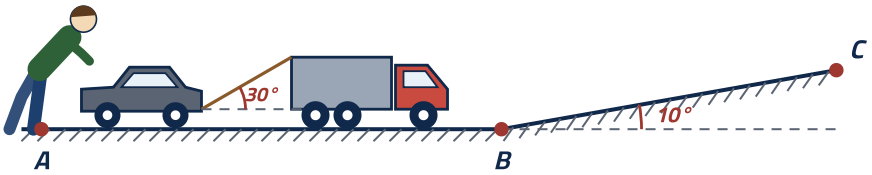
تنزلق كرة صغيرة كتلتها **m = 100 g** بدون احتكاك على السطح الداخلي لوعاء نصف كروي مركزه **O** ونصف قطره **R = 10 cm** . تُحدَّد مواضع الكرة بالزاوية التي يصنعها نصف القطر مع الشاقول **OC**.

1. أوجد عبارة عمل ثقلها $\vec{P}$ عندما تنتقل الكرة من الموضع **A** المحدّد بالزاوية **α** إلى الموضع **B** المحدّد بالزاوية **β**.
2. استنتج عبارة عمل الثقل عندما تنتقل الكرة من **A** إلى الموضع **C** الواقع على الشاقول المارّ بـ**O**.
3. مثّل الحصيلة الطاقوية للكرة بين **A** و**C**.
4. تُترك الكرة في **A** بدون سرعة ابتدائية، مع **α = 60°**. اكتب معادلة انحفاظ الطاقة، ثمّ استنتج سرعة الكرة عند مرورها بـ**C**.

نعطي : **g = 10 N/kg**

التمرين 19

تجرّ شاحنة سيارة معطّلة كتلتها $m = 900\ kg$ بواسطة حبل يصنع زاوية $30°$ مع الطريق، ويطبّق عليها قوة $\vec{T}$ شدّتها $T = 800\ N$. وتشارك مجموعة من الرجال في دفع السيارة بقوة $\vec{F}$ موازية للطريق شدّتها $F = 310\ N$. تكافئ قوى الاحتكاك المطبّقة على السيارة قوة $\vec{f}$ موازية للطريق شدّتها $f = 270\ N$.



1. **على الطريق الأفقي** : تنطلق السيارة من السكون في **A**.

أ) مثّل القوى المطبّقة على السيارة.

ب) احسب مجموع أعمال القوى المطبّقة على السيارة بين **A** و**B** حيث $AB = 40\ m$.

جـ) مثّل الحصيلة الطاقوية للسيارة، واكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

د) احسب سرعة السيارة في **B**.

2. **على الطريق المائل** : تشرع السيارة في صعود مستوٍ مائل بزاوية $10°$ عن الأفق (**B** بدايته). يبقى الحبل يصنع زاوية $30°$ مع الطريق، وتبقى قوة الرجال موازية للطريق، ولقوى الاحتكاك نفس الشدّة.

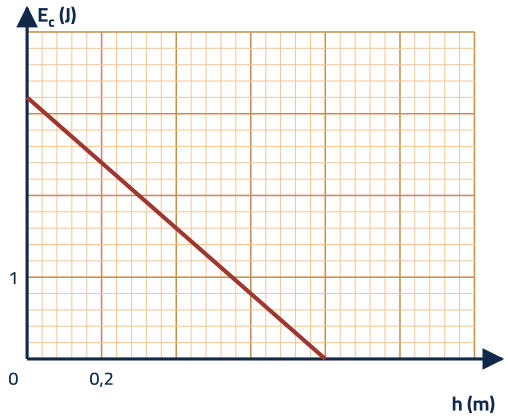
أ) احسب مجموع أعمال القوى المطبّقة على السيارة عندما تقطع على المستوي المائل المسافة $BC = 20\ m$.

ب) استنتج سرعتها في **C**. هل تتسارع السيارة أم تتباطأ على هذا الجزء ؟

نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 20

من النقطة **O** يقذف طفل كرة كتلتها **m** شاقوليا نحو الأعلى بسرعة v_0، فتصل إلى النقطة **B** أين تنعدم سرعتها. نهمل تأثير الهواء، ونعتبر الجملة (كرة). يمثّل البيان تغيّرات الطاقة الحركية للكرة بدلالة ارتفاعها **h** فوق **O**.

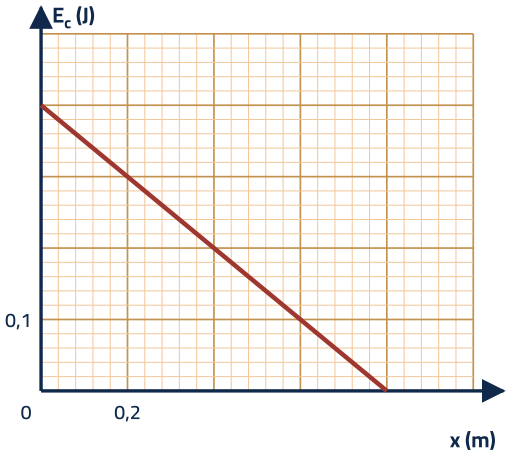


1. ما أشكال الطاقة المخزّنة في الجملة (كرة) في **O** وفي **B** ؟
2. مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة بين **O** و**B**.
3. بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين **O** وموضع كيفي ارتفاعه **h**، بيّن أنّ : $E_c = E_{c0} - m \cdot g \cdot h$.
4. اعتمادا على البيان، استنتج : الارتفاع **OB**، الكتلة **m**، والسرعة v_0.

نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 21

من الموضع **A** أسفل مستوٍ مائل يميل عن الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ ، ندفع جسما نقطيا **(S)** كتلته **m** بسرعة ابتدائية v_0، فيصعد على المستوي بدون احتكاك حتى تنعدم سرعته في الموضع **B** بعد قطعه مسافة **d**. يمثّل البيان تغيّرات الطاقة الحركية للجسم بدلالة المسافة **x** التي يقطعها من **A** إلى موضع كيفي **M**.

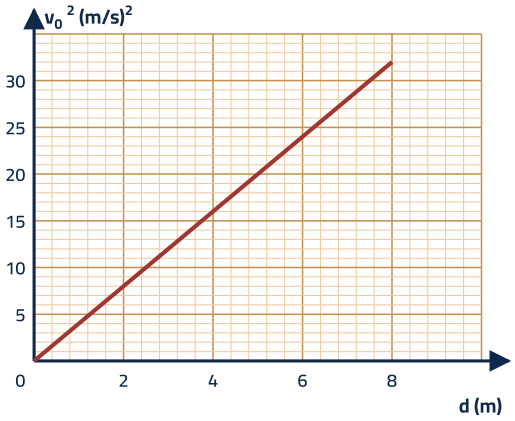


1. مثّل القوى الخارجية المؤثّرة على الجسم، ثمّ الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) بين **A** و**M**.
2. اكتب العلاقة النظرية بين E_c و**x**.
3. اكتب معادلة البيان، ثمّ استنتج بالمطابقة : الكتلة **m**، السرعة v_0، والمسافة **d**.

نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 22

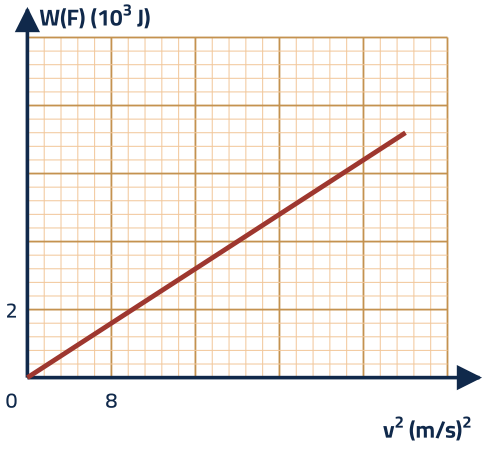
لتعيين شدّة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ التي تعيق حركة جسم صلب **(S)** كتلته $m = 400\ g$ على سطح طاولة أفقية، نعطي للجسم سرعة ابتدائية معلومة v_0، فيقطع مسافة **d** قبل أن يتوقّف. نكرّر التجربة عدّة مرّات ونرسم البيان $v_0^2 = f(d)$.

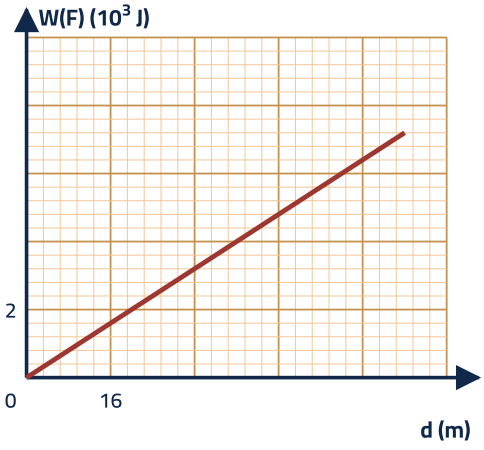


1. مثّل القوى الخارجية المؤثّرة على الجسم أثناء حركته.
2. بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، أوجد العلاقة التي تعطي v_0^2 بدلالة **f** و**d** و**m**.
3. استنتج شدّة قوة الاحتكاك مستعينا بالبيان.

التمرين 23

سيارة **(S)** كتلتها **m** تنتقل وفق مسار مستقيم أفقي من موضع **A** إلى موضع كيفي **M**، بدون احتكاك وبدون سرعة ابتدائية، تحت تأثير قوة $\vec{F}$ ثابتة موازية لمسارها وفي جهة حركتها. يمثّل البيانان تغيّرات عمل القوة المحرّكة $\vec{F}$ أثناء الانتقال **AM** : الأوّل بدلالة المسافة المقطوعة $d = AM$، والثاني بدلالة مربّع السرعة v^2 في الموضع **M**.



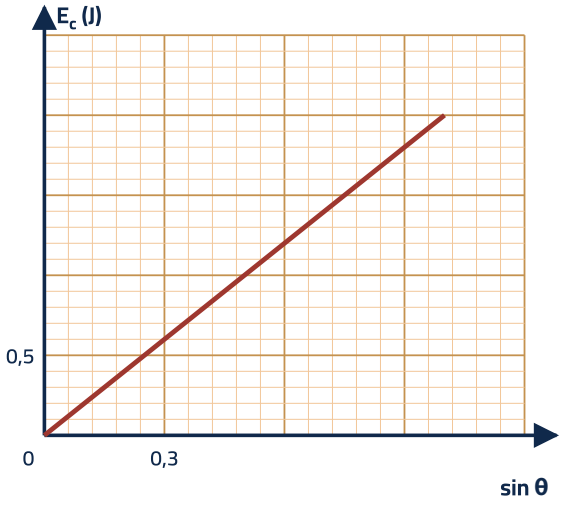


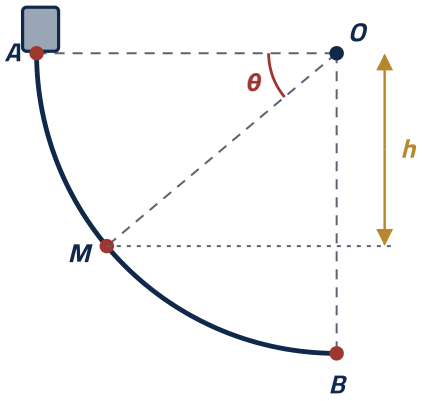
1. اكتب عبارة عمل القوة $\vec{F}$ بدلالة المسافة **d**.
2. بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، أوجد عبارة عمل القوة $\vec{F}$ بدلالة v^2.

3. استنتج من البيانين : شدّة القوة $\vec{F}$، وكتلة السيارة **m**.

التمرين 24

يتحرّك جسم كتلته **m** على مسار دائري أملس نصف قطره **R = 80 cm** : ينطلق من الموضع **A** (الواقع على المستوي الأفقي المارّ بالمركز **O**) بدون سرعة ابتدائية، ليمرّ بالموضع **M** المحدّد بالزاوية **θ**. درسنا تغيّرات الطاقة الحركية E_c للجملة (جسم) بدلالة **sin θ**، فتحصّلنا على البيان المقابل.



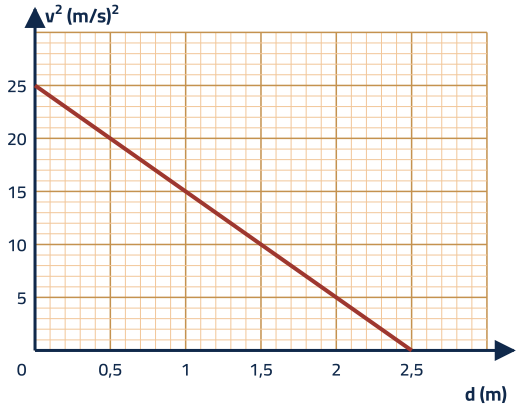


1. مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) بين الموضعين **A** و**M**.
2. بيّن أنّ $h = R \cdot \sin\theta$، ثمّ اكتب معادلة انحفاظ الطاقة واستنتج عبارة E_c في **M** بدلالة **m** و**g** و**R** و**sin θ**.
3. اكتب المعادلة الرياضية للبيان، واستنتج كتلة الجسم **m**.
4. أوجد من البيان الطاقة الحركية للجسم في الموضع **B** (أسفل المسار)، واستنتج سرعته v_B.

نعطي : **g = 10 N/kg**

التمرين 25

ندفع جسما كتلته **m = 0,5 kg** من النقطة **A** بسرعة ابتدائية v_0 على مستوٍ **AB** مائل عن الأفق بزاوية **α**، فيصعد حتى يتوقّف في النقطة **B**. نهمل الاحتكاك وتأثير الهواء. يمثّل البيان تغيّرات مربّع السرعة v^2 للجسم أثناء صعوده بدلالة المسافة المقطوعة **d**.



1. اكتب عبارة عمل الثقل بدلالة d وm وg وα.

2. مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) بين A وموضع آخر أثناء الصعود، ثمّ اكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

3. بيّن أنّ : $v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot d \cdot \sin \alpha$.

4. اعتمادا على البيان :

أ) استنتج قيمة السرعة الابتدائية v_0.

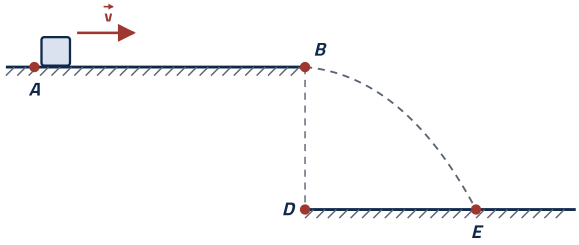
ب) احسب ميل البيان، واكتب معادلته.

ج) بالمطابقة، استنتج $\sin \alpha$ ثمّ الزاوية α.

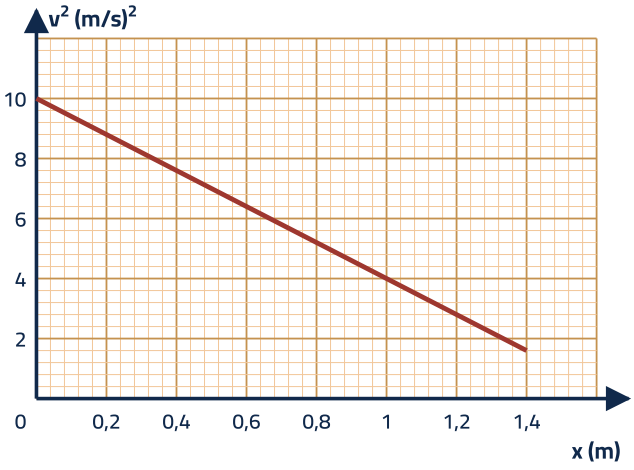
د) حدّد قيمة المسافة AB.

نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 26



نقذف في اللحظة $t = 0$ جسما صلبا **(S)** نعتبره نقطيا كتلته $m = 400\ g$، على مستوٍ أفقي، بسرعة ابتدائية v_0 من النقطة A نحو النقطة B حيث $AB = 1,4\ m$. يخضع الجسم أثناء حركته لقوى احتكاك تكافئ قوة $\vec{f}$ معاكسة لجهة الحركة وثابتة الشدّة.



تغيّرات مربّع السرعة v^2 بدلالة المسافة x المقطوعة على AB

1. مثّل القوى الخارجية المطبّقة على الجسم أثناء حركته من A نحو B.

2. مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم)، ثمّ اكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

3. بيّن أنّ : $v^2 = v_0^2 - \frac{2f}{m} \cdot x$ حيث x المسافة المقطوعة على AB.

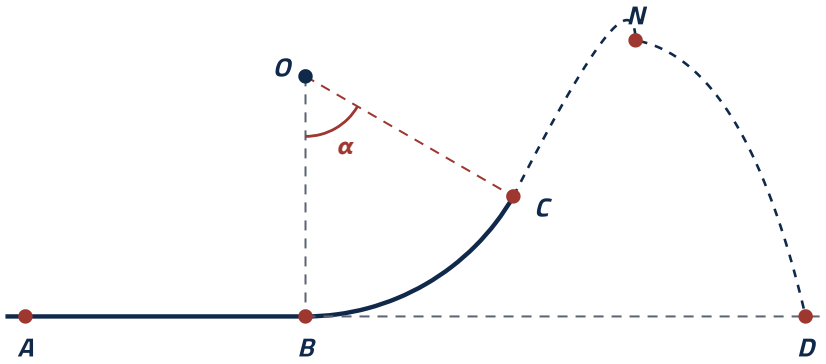
4. اعتمادا على البيان : استنتج قيمة السرعة الابتدائية v_0 وشدّة قوة الاحتكاك f، ثمّ أوجد v_B بيانيا وحسابيا.

5. يغادر الجسم المستوي الأفقي في B ليسقط في الموضع E على مستوٍ أفقي أخفض بمقدار $BD = 0,5\ m$. احسب سرعة الجسم في E (نهمل تأثير الهواء).

نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 27

ينطلق جسم صلب (S) نقطي كتلته $m = 0,1\ kg$ من النقطة A على المسار المستقيم الأفقي AB، فيصل إلى B بالسرعة $v_B = 4\ m/s$. ابتداءً من B يصبح المسار دائريا في مستوٍ شاقولي، مركزه O ونصف قطره $r = 1\ m$، حتى النقطة C حيث $\alpha = 60°$. بعد C يغادر الجسم المسار فيتابع حركته في الهواء حتى أعلى نقطة N، ثمّ يعود ليسقط في النقطة D. النقاط A و B و D على نفس المستوي الأفقي. نهمل الاحتكاكات.



1. أوجد عبارة الارتفاع h_C للنقطة C عن المستوي AB بدلالة r و α.

2. اكتب عبارة الطاقة الحركية للجسم في C، ثمّ احسب قيمتها واستنتج سرعته v_C.

3. احسب الطاقة الحركية للجسم في D، ثمّ سرعته. ماذا تلاحظ ؟

4. نقبل أنّ سرعة الجسم في N أفقية وقيمتها $v_N = v_C \cdot \cos\alpha$. بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B و N، أوجد ارتفاع النقطة N عن المستوي AB.

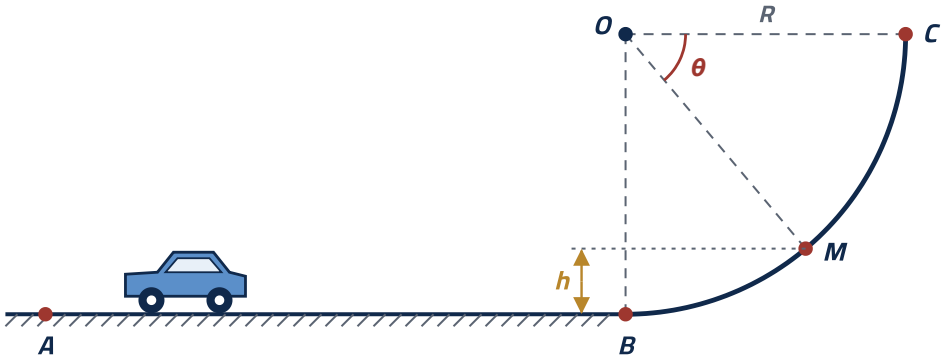
نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 28

لعبة أطفال : عربة كتلتها $m = 400\ g$ تسير على طريق مكوّن من :

- مسار أفقي مستقيم $AB = 1{,}4\ m$، تخضع فيه العربة لقوة احتكاك ثابتة الشدّة $f = 1{,}71\ N$ ؛
- مسار على شكل ربع دائرة BC أملس، مركزه O ونصف قطره $R = 50\ cm$.

ندفع العربة من A بسرعة ابتدائية $v_0 = 4\ m/s$ لتصل إلى B بسرعة v_B.



1. أ) مثّل القوى المؤثّرة على العربة أثناء سيرها من A نحو B.

ب) مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة (عربة) بين A وB، ثمّ اكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

جـ) بيّن أنّ $v_B^2 = v_0^2 - \frac{2f \cdot AB}{m}$، ثمّ احسب قيمتها.

2. تواصل العربة حركتها على ربع الدائرة لتتوقّف عند النقطة M التي يصنع نصف قطرها OM زاوية θ مع الأفقي OC.

أ) بيّن أنّ ارتفاع M عن B يُعطى بالعبارة : $h = R(1 - \sin\theta)$.

ب) مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة بين B وM، ثمّ اكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

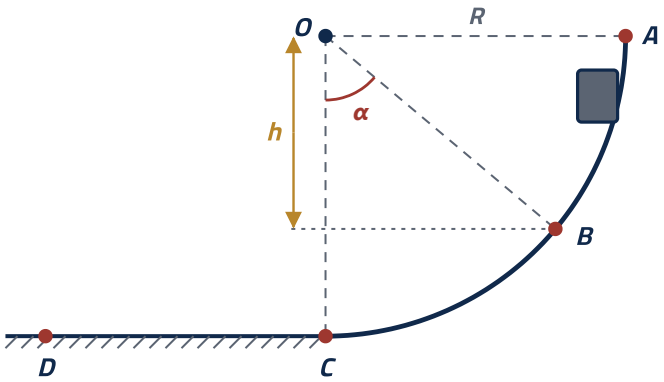
جـ) احسب قيمة الارتفاع h، ثمّ استنتج قيمة الزاوية θ.

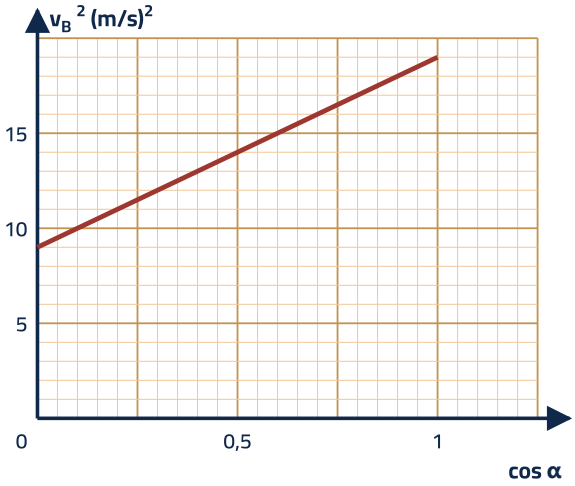
د) ما قيمة السرعة v_B اللازمة لكي تصل العربة بالكاد إلى النقطة C ؟ استنتج السرعة الابتدائية v_0 اللازمة عندئذ.

نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 29

ندفع عربة كتلتها m من النقطة A بسرعة ابتدائية v_A على طريق على شكل ربع دائرة AC مركزه O ونصف قطره R، حيث A على المستوي الأفقي المارّ بـO وC أسفل المسار. تمرّ العربة بنقطة B يصنع نصف قطرها OB زاوية α مع الشاقول OC، ثمّ تواصل حركتها على الطريق الأفقي لتتوقّف في D. نهمل الاحتكاكات من A إلى C.





1. مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة (عربة) بين **A** و**B**، ثمّ اكتب معادلة انحفاظ الطاقة.
2. أوجد عبارة الارتفاع **h** بين **A** و**B** بدلالة **R** و**α**.
3. اكتب عبارة v_B^2 بدلالة **R** و**α** وv_A و**g**.
4. درسنا تغيّرات مربّع السرعة v_B^2 بدلالة **cos α** فتحصّلنا على البيان. باستغلاله استنتج :

أ) السرعة الابتدائية v_A ؛

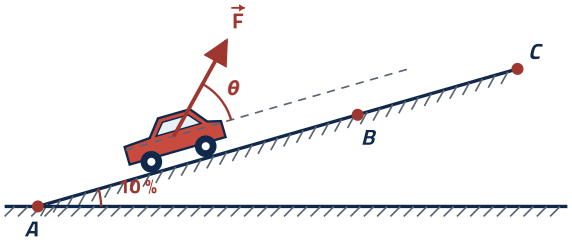
ب) نصف القطر **R** ؛

جـ) السرعة في **C**، ثمّ كتلة العربة إذا كانت طاقتها الحركية في **C** تساوي $E_{cC} = 0,95\ J$.

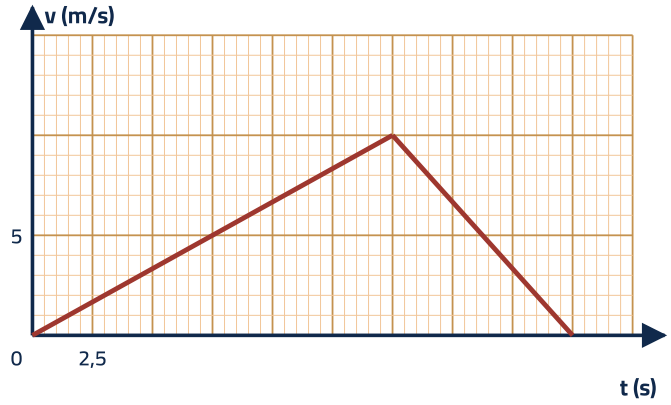
5. تواصل العربة حركتها على الطريق الأفقي لتتوقّف في **D** تحت تأثير قوة احتكاك ثابتة **f = 0,5 N**. أوجد المسافة **CD**.

نعطي : **g = 10 N/kg**

التمرين 30



عربة كتلتها $m = 50\ kg$ تنطلق من السكون في النقطة **A** وتصعد مستويا مائلا ميله $10\ \%$ $(\sin\alpha = 0{,}1)$، تحت تأثير قوة $\vec{F}$ ثابتة تصنع زاوية $\theta = 45°$ مع خطّ الميل الأعظم. عند وصولها إلى **B** تُلغى هذه القوة، فتواصل العربة صعودها حتى تتوقّف في **C**.
تخضع العربة على كامل المسار **AC** لقوة احتكاك $\vec{f}$ ثابتة موازية لخطّ الميل الأعظم ومعاكسة لجهة الحركة.



مخطّط السرعة $v = g(t)$

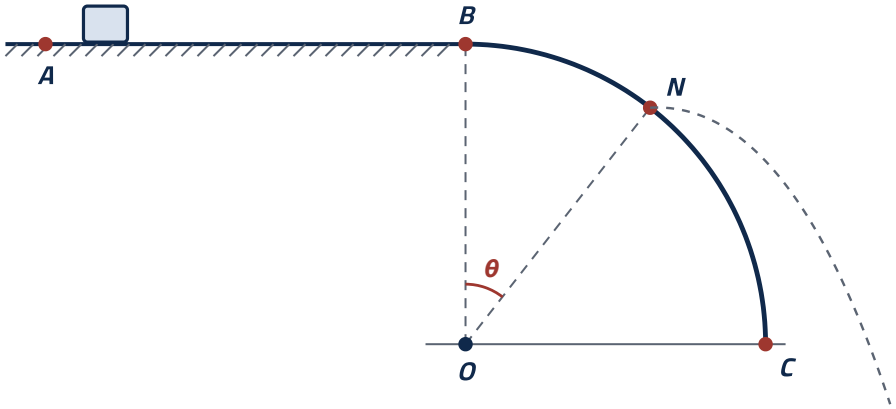
1. أ) اعتمادا على مخطّط السرعة، حدّد أطوار الحركة وطبيعة كلّ طور.
   ب) بيّن أنّ $AB = 75\ m$ و$BC = 37{,}5\ m$ (المسافة المقطوعة تساوي مساحة الحيّز تحت المخطّط).
2. مثّل القوى المطبّقة على العربة خلال المسار **AB** ثمّ خلال **BC**.
3. أ) مثّل الحصيلة الطاقوية للجملة (عربة) بين **B** و**C**.
   ب) بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، أوجد شدّة قوة الاحتكاك **f**.
4. بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (عربة) بين **A** و**B**، أوجد شدّة قوة الجرّ **F**.

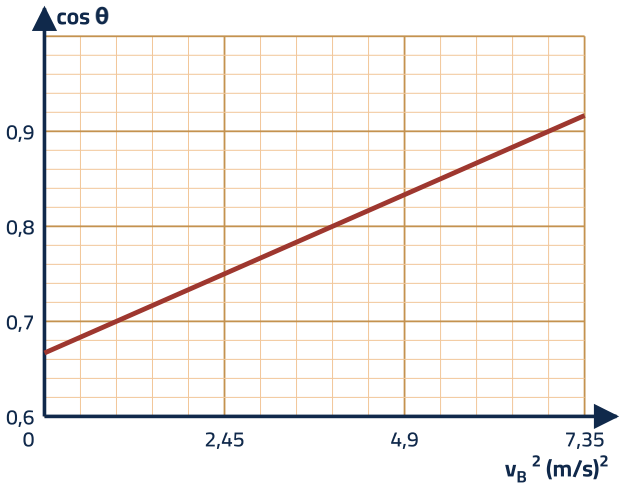
نعطي : $g = 10\ N/kg$

التمرين 31

لدراسة حركة جسم صلب **(S)** كتلته $m = 100\ g$ على سطح دائري أملس **BC** مركزه **O** ونصف قطره $r = 1\ m$، نقذفه من النقطة **A** بسرعة ابتدائية أفقية v_A ليتحرّك على سطح أفقي $AB = d = 1\ m$ تكون فيه شدّة قوة الاحتكاك ثابتة

$f = 0{,}8\ N$ وجهتها عكس جهة الحركة. يمرّ الجسم بالنقطة B (قمّة السطح الدائري) بسرعة v_B، ويواصل حركته على السطح الدائري ثمّ يغادره عند النقطة N المحدّدة بالزاوية θ.





1. بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A وB، بيّن أنّ سرعة القذف تعطى بالعلاقة : $v_A^2 = v_B^2 + \frac{2d \cdot f}{m}$.

2. أ) بيّن أنّ انخفاض النقطة N عن النقطة B هو $h = r(1 - \cos\theta)$.

ب) بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B وN، جد عبارة v_N^2 بدلالة v_B وg وr وθ.

3. نقبل أنّ الجسم يغادر السطح عندما تصبح سرعته محقّقة للعلاقة $v_N^2 = g \cdot r \cdot \cos\theta$.

أ) بيّن أنّ : $\cos\theta = \frac{2}{3} + \frac{v_B^2}{3g \cdot r}$.

ب) يمثّل البيان تغيّرات $\cos\theta$ بدلالة v_B^2. اعتمادا عليه، جد قيمة g في مكان التجربة.

جـ) ما قيمة الزاوية θ إذا مرّ الجسم بـB بسرعة شبه معدومة ؟ وما سرعة القذف v_A اللازمة عندئذ ؟

الجزء الرابع

الحلول المفصّلة

كلّ حلّ مسبوق بتوجيه منهجي، مع التنبيه إلى الأخطاء الشائعة

المستوى 1 تمارين تطبيقية مباشرة

حلّ التمرين 1

توجيه منهجي

لكلّ قوة : حدّد الزاوية بين شعاع القوة وشعاع الانتقال، ثمّ طبّق $W = F \cdot AB \cdot \cos\alpha$. القوى العمودية على الانتقال (هنا $\vec{P}$ و$\vec{R}$) عملها معدوم.

1. ◆ $\vec{F}$: $\alpha = 30° < 90°$ ⇒ عمل محرّك :

$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos 30° = 4 \times 10 \times 0{,}866 \approx 34{,}6\ J$$

◆ $\vec{f}$: $\alpha = 180°$ ⇒ عمل مقاوم :

$$W_{AB}(\vec{f}) = -f \cdot AB = -0{,}3 \times 10 = -3\ J$$

◆ $\vec{P}$ و$\vec{R}$: عموديتان على الانتقال $(\alpha = 90°)$ ⇒ عملهما معدوم : $W_{AB}(\vec{P}) = W_{AB}(\vec{R}) = 0$.

2. $$\Sigma W = 34{,}6 - 3 + 0 + 0 = 31{,}6\ J$$

3. نمط التحويل : **تحويل ميكانيكي** (بالعمل). وبما أنّ $\Sigma W > 0$ فالطاقة المحوّلة **مكتسبة** بالنسبة للجملة.

4. الشكل الذي تغيّر : **الطاقة الحركية** للجسم (ازدادت، لأنّ الجسم انطلق من السكون وأصبح متحرّكا).

5. معادلة انحفاظ الطاقة : $E_{cA} + \Sigma W = E_{cB}$ مع $E_{cA} = 0$:

$$\tfrac{1}{2} M v_B^2 = \Sigma W \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot \Sigma W / M} = \sqrt{2 \times 31{,}6 / 3} \approx 4{,}6\ m/s$$

حلّ التمرين 2

توجيه منهجي

حوّل أوّلا إلى وحدات النظام الدولي : $m = 0{,}15\ kg$ و $AB = 1{,}6\ m$. ثمّ لاحظ أنّ **السرعة ثابتة** : ماذا يعني ذلك بالنسبة لمجموع الأعمال ؟

1. القوى : الثقل $\vec{P}$، ردّ الفعل الناظمي $\vec{R}$، قوة الحبل $\vec{F}$، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

2. ◆ عمل **محرّك** :

$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos 27° = 2 \times 1{,}6 \times 0{,}891 \approx 2{,}85\ J$$

◆ عمل **مقاوم** :

$$W_{AB}(\vec{f}) = -f \cdot AB = -1{,}78 \times 1{,}6 \approx -2{,}85\ J$$

◆ $W_{AB}(\vec{P}) = W_{AB}(\vec{R}) = 0$: عمل معدوم (قوتان عموديتان على الانتقال).

3. $$\Sigma W = 2{,}85 - 2{,}85 + 0 + 0 \approx 0$$

الاستنتاج : مجموع الأعمال معدوم، وهذا يتوافق مع ثبات السرعة : الطاقة الحركية للعربة لا تتغيّر **($\Delta E_c = 0$)**. الطاقة التي يقدّمها الطفل تُفقد كلّها بالاحتكاك.

4. $$E_c = \tfrac{1}{2}\, m\, v^2 = \tfrac{1}{2} \times 0{,}15 \times 0{,}5^2 \approx 1{,}9 \times 10^{-2}\ J$$

5. مدّة الانتقال : $\Delta t = AB / v = 1{,}6 / 0{,}5 = 3{,}2\ s$.

◆ الطريقة 1 :

$$P = W_{AB}(\vec{F}) / \Delta t = 2{,}85 / 3{,}2 \approx 0{,}89\ W$$

◆ الطريقة 2 :

$$P = F \cdot v \cdot \cos 27° = 2 \times 0{,}5 \times 0{,}891 \approx 0{,}89\ W$$

حلّ التمرين 3

توجيه منهجي

ارسم شعاع الانتقال (نحو أعلى المستوي، يصنع **30°** مع الأفق)، ثمّ قِس الزاوية بينه وبين كلّ قوة.

- $\vec{F_1}$ أفقية وجهتها نحو الخلف (عكس الجهة الأفقية للحركة) : الزاوية بينها وبين الانتقال هي $180° - 30° = 150°$، فعملها مقاوم :

$$W(\vec{F_1}) = 160 \times 3 \times \cos 150° = 160 \times 3 \times (-0{,}866) \approx -416\ J$$

- $\vec{F_2}$ عمودية على الانتقال : $W(\vec{F_2}) = 0$ عمل معدوم.
- $\vec{F_3}$ موازية للانتقال وفي جهته $(\alpha = 0°)$، فعملها محرّك :

$$W(\vec{F_3}) = 180 \times 3 \times \cos 0° = 540\ J$$

انتبه : خطأ شائع

الزاوية التي تدخل في حساب عمل $\vec{F_1}$ ليست زاوية الميل **30°**، بل الزاوية بين $\vec{F_1}$ والانتقال **(150°)**.

حلّ التمرين 4

توجيه منهجي

اقرأ المخطّط : اتّجاه السهم (داخل أم خارج) وعمود E_c (صاعد أم نازل) يكفيان للإجابة عن السؤال الأوّل.

1. الجسم **فقد** طاقة : السهم خارج من الجملة نحو الوسط الخارجي، و$W_{AB} < 0$، وطاقته الحركية تناقصت.
2. الجسم يتوقّف في B : $E_{cB} = 0$.
3. القوة التي أنجزت العمل المقاوم هي **قوة الاحتكاك** $\vec{f}$ (عمل الثقل وردّ الفعل معدوم على طريق أفقي) :

$$W_{AB} = -f \cdot AB \Rightarrow f = 0{,}8 / 20 = 0{,}04\ N$$

4. $E_{cA} + W_{AB} = E_{cB} \Rightarrow E_{cA} = E_{cB} - W_{AB} = 0 - (-0,8) = 0,8\ J$

$$v_0 = \sqrt{2\,E_{cA} / m} = \sqrt{2 \times 0,8 / 0,4} = 2\ m/s$$

حلّ التمرين 5

توجيه منهجي

قارن الطاقة التي تستقبلها الجملة بالطاقة التي تخزّنها : الفرق هو ما تفقده الجملة.

1. أ) الطاقة الحركية للسيارة تزداد من **0** إلى **3600 J** : سرعتها تتزايد، فالحركة **متغيّرة (متسارعة)**.

ب) السيارة تستقبل **5400 J** ولا تخزّن إلاّ **3600 J** : الفرق **1800 J** تفقده الجملة لصالح الطريق، إذن تخضع السيارة لقوى **مقاومة** (احتكاك) عملها :

$$W(\vec{f}) = E_{cB} - E_{cA} - W(\vec{F}) = 3600 - 0 - 5400 = -1800\ J$$

2. $$F = W(\vec{F}) / AB = 5400 / 150 = 36\ N$$

$$f = |W(\vec{f})| / AB = 1800 / 150 = 12\ N$$

حلّ التمرين 6

توجيه منهجي

في السقوط الحرّ القوة الوحيدة هي الثقل : العمل المستقبَل هو عمل الثقل، ويساوي تغيّر الطاقة الحركية.

1. أ) W_{AB} هو العمل الذي تستقبله الكرية من الوسط الخارجي بين **A** و**B**، وتنجزه **قوة الثقل** $\vec{P}$.

ب) عمل **محرّك** : السهم داخل إلى الجملة، والكرية تنزل.

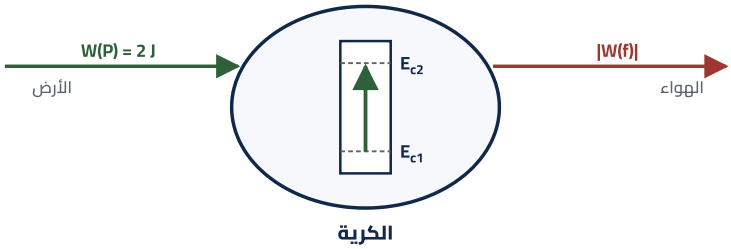
جـ) $$W_{AB} = E_{c2} - E_{c1} = 4 - 2 = 2\ J$$

2. أ) الوسط الخارجي هو **الأرض** (التي تجذب الكرية).

ب) $$W_{AB}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot AB \Rightarrow AB = \frac{W_{AB}}{m \cdot g} = \frac{2}{0,1 \times 10} = 2\ m$$

$$v_A = \sqrt{2E_{c1}/m} = \sqrt{2 \times 2 / 0,1} \approx 6,3\ m/s\ ;\ v_B = \sqrt{2 \times 4 / 0,1} \approx 8,9\ m/s$$

3. أ) **الحصيلة الطاقوية :**



ب) $$E_{c1} + W_{AB}(\vec{P}) - f \cdot AB = E_{c2} \Rightarrow f = \frac{W_{AB}(\vec{P}) - \Delta E_c}{AB} = \frac{2 - 1,5}{2} = 0,25\ N$$

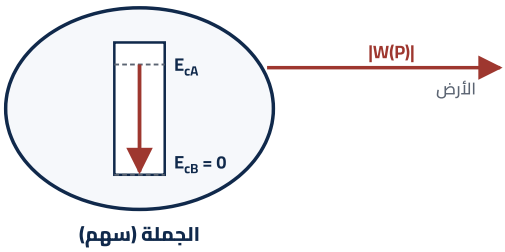
حلّ التمرين 7

توجيه منهجي

الجملة (سهم) تتبادل الطاقة مع الأرض بعمل الثقل فقط. عند الصعود يكون عمل الثقل مقاوما، وعند أعلى نقطة تنعدم السرعة.

1. $$E_{cA} = \frac{1}{2}\ m\ v_0^2 = \frac{1}{2} \times 0,05 \times 5^2 = 0,625\ J$$

2. **الحصيلة الطاقوية :**



3. $$E_{cA} - m\cdot g\cdot h = E_{cB} = 0 \Rightarrow h = \frac{E_{cA}}{m\cdot g} = \frac{0{,}625}{0{,}05 \times 10} = 1{,}25\ \text{m}$$

أقصى ارتفاع بالنسبة لسطح الأرض : $H = h_0 + h = 1{,}75 + 1{,}25 = 3{,}0\ \text{m}$.

4. بين B (سرعة معدومة) والأرض، ينزل السهم $H = 3\ \text{m}$ وعمل الثقل محرّك :

$$0 + m\cdot g\cdot H = \tfrac{1}{2}\, m\, v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2\, g\, H} = \sqrt{2 \times 10 \times 3} \approx 7{,}7\ \text{m/s}$$

انتبه : خطأ شائع

الارتفاع h المحسوب من معادلة الانحفاظ يُقاس **من موضع القذف**، لا من سطح الأرض. ولاحظ أنّ الكتلة لا تؤثّر على h : $h = v_0^2 / 2g$.

حلّ التمرين 8

توجيه منهجي

سرعة ثابتة ⇒ الطاقة الحركية ثابتة ⇒ مجموع الأعمال معدوم. هذا هو مفتاح الحساب.

1. القوى : الثقل $\vec{P}$ (شاقولي نحو الأسفل)، ردّ الفعل $\vec{R}$ (عمودي على الطريق)، قوة المحرّك $\vec{F}$ (موازية للطريق نحو الأعلى).

2. $\vec{F}$: عمل **محرّك** ؛ $\vec{P}$: عمل **مقاوم** (الشاحنة تصعد) ؛ $\vec{R}$: عمل **معدوم**.

3. على مسافة d : $F\cdot d - M\cdot g\cdot d\cdot \sin\alpha = \Delta E_c = 0$

$$F = M \cdot g \cdot \sin\alpha = 2000 \times 10 \times 0{,}1 = 2000\ \text{N}$$

4. $v = 54 / 3{,}6 = 15\ \text{m/s}$:

$$P = F \cdot v = 2000 \times 15 = 3{,}0\times 10^4\ \text{W} = 30\ \text{kW}$$

انتبه : خطأ شائع

$M = 2\ \text{t} = 2000\ \text{kg}$، و v يجب أن تكون بـ m/s. والميل 10 % هنا يعني $\sin\alpha = 0{,}1$ كما يحدّده النصّ.

حلّ التمرين 9

توجيه منهجي

السرعة ثابتة : $\Sigma W = 0$. احسب أوّلا الأعمال المعروفة (الثقل، الاحتكاك)، ثمّ استنتج عمل قوة الحبل، ومنه شدّتها.

1. القوى : الثقل $\vec{P}$، ردّ الفعل الناظمي $\vec{R}$، قوة الحبل $\vec{T}$، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

2. أ) $L = h / \sin\alpha = 2 / 0{,}5 = 4\ m$

ب) عمل الثقل مقاوم (صعود) :

$$W_{AB}(\vec{P}) = -\,m{\cdot}g{\cdot}h = -\,80 \times 9{,}8 \times 2 = -\,1568\ J$$

عمل الاحتكاك مقاوم :

$$W_{AB}(\vec{f}) = -\,f{\cdot}L = -\,50 \times 4 = -\,200\ J$$

جـ) $W_{AB}(\vec{R}) = 0$، و$\Sigma W = 0$: عمل قوة الحبل محرّك :

$$W_{AB}(\vec{T}) = -\,W_{AB}(\vec{P}) - W_{AB}(\vec{f}) = 1568 + 200 = 1768\ J$$

3. $$W_{AB}(\vec{T}) = T \cdot L \cdot \cos\beta \Rightarrow T = \frac{1768}{4 \times \cos 50^\circ} = \frac{1768}{2{,}571} \approx 688\ N$$

بـ : $v = 10 / 3{,}6 \approx 2{,}78\ m/s$

$$P = T \cdot v \cdot \cos\beta = 688 \times 2{,}78 \times 0{,}643 \approx 1{,}23{\times}10^3\ W$$

حلّ التمرين 10

توجيه منهجي

أربع قوى، أربعة أعمال. انتبه إلى أنّ زاوية $\vec{F}$ مع الانتقال هي β، وأنّ عمل الثقل يُحسب بالارتفاع $h = AB\cdot\sin\alpha$.

1. القوى : $\vec{P}$، $\vec{R}$، $\vec{F}$، $\vec{f}$.

2. ◆ محرّك :

$$W_{AB}(\vec{F}) = F\cdot AB\cdot\cos\beta = 900 \times 100 \times 0{,}707 \approx 6{,}36\times10^{4}\ \text{J}$$

◆ مقاوم :

$$W_{AB}(\vec{P}) = -\,m\cdot g\cdot AB\cdot\sin\alpha = -\,85 \times 10 \times 100 \times 0{,}5 = -\,4{,}25\times10^{4}\ \text{J}$$

◆ مقاوم :

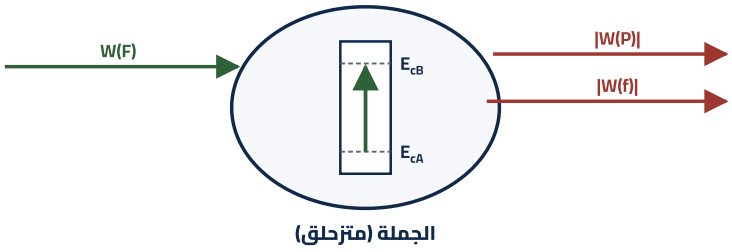
$$W_{AB}(\vec{f}) = -\,f\cdot AB = -\,150 \times 100 = -\,1{,}5\times10^{4}\ \text{J}$$

◆ $W_{AB}(\vec{R}) = 0$ (معدوم)

3. $$\Sigma W \approx 6{,}36\times10^{4} - 4{,}25\times10^{4} - 1{,}5\times10^{4} \approx 6{,}1\times10^{3}\ \text{J}$$

$\Sigma W > 0$: الطاقة الحركية للمتزحلق تزداد، إذن سرعته **تتزايد**.

4. **الحصيلة الطاقوية :**



حلّ التمرين 11

توجيه منهجي

«بسرعة ثابتة» ⇒ $\Sigma W = 0$. وفي الجزء الأخير، الطفل يتوقّف : كلّ طاقته الحركية في C تُفقد بالاحتكاك.

1. أ) السرعة ثابتة ⇒ الطاقة الحركية ثابتة ⇒ $\Sigma W = \Delta E_c = 0$: عمل الثقل المحرّك يعوّضه تماما عمل الاحتكاك المقاوم.

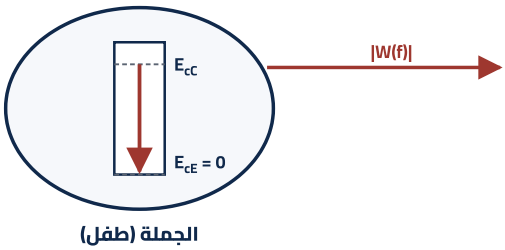
ب) القوى : الثقل $\vec{P}$، ردّ الفعل الناظمي $\vec{R}$، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ (موازية للمستوي نحو الأعلى).

2. أ) $W_{BC}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot l \cdot \sin\alpha = 30 \times 9{,}8 \times 4 \times 0{,}707 \approx 832\ J$

ب) $W_{BC}(\vec{f}) = -W_{BC}(\vec{P}) \approx -832\ J \Rightarrow f = 832 / 4 \approx 208\ N$

3. السرعة ثابتة على BC، إذن $v_C = v_B = 4\ m/s$.

أ) **الحصيلة الطاقوية :**



ب) $E_{cC} - f \cdot CE = E_{cE} = 0$

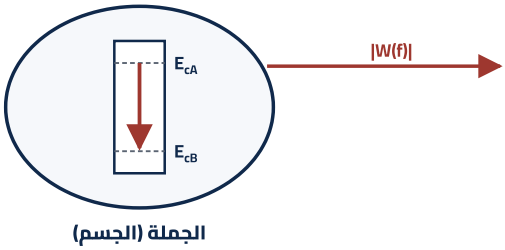
جـ) $CE = \dfrac{\frac{1}{2} m v_C^2}{f} = \dfrac{\frac{1}{2} \times 30 \times 4^2}{208} = \dfrac{240}{208} \approx 1{,}15\ m$

حلّ التمرين 12

توجيه منهجي

على الجزء الأفقي : الاحتكاك وحده يعمل. على الجزء المائل (صعود) : الثقل والاحتكاك كلاهما مقاوم.

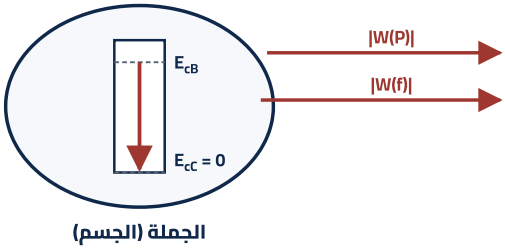
1. أ) الحصيلة الطاقوية :



ب) $E_{cA} - f \cdot AB = E_{cB} \Rightarrow f = \frac{\frac{1}{2} m (v_A^2 - v_B^2)}{AB} = \frac{\frac{1}{2} \times 0,6 \times (36 - 16)}{3} = 2\ N$

2. أ) حركة متباطئة : عمل الثقل وعمل الاحتكاك كلاهما مقاوم، فالطاقة الحركية تتناقص.

ب) الحصيلة الطاقوية :



ج) $E_{cB} - m \cdot g \cdot BC \cdot \sin \alpha - f \cdot BC = 0$

$$BC = \frac{\frac{1}{2} m v_B^2}{m \cdot g \cdot \sin \alpha + f} = \frac{\frac{1}{2} \times 0,6 \times 16}{0,6 \times 10 \times 0,5 + 2} = \frac{4,8}{5} = 0,96\ m$$

حلّ التمرين 13

توجيه منهجي

الجسم يصعد : عمل الثقل مقاوم ($-m \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha$). قوة الجرّ تصنع الزاوية β مع المسار.

1. القوى : $\vec{P}$، $\vec{R}$، $\vec{F}$، $\vec{f}$.

2. ◆ محرّك :

$$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos\beta = 10 \times 2 \times 0{,}940 \approx 18{,}8\ J$$

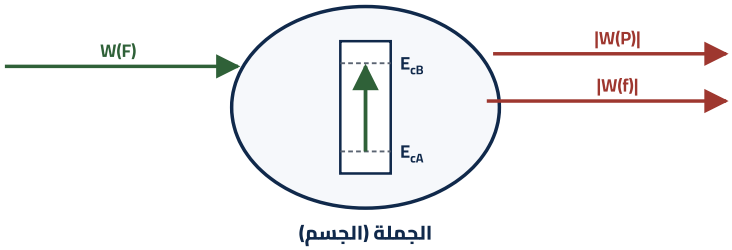
◆ مقاوم (صعود) :

$$W_{AB}(\vec{P}) = -\,m \cdot g \cdot AB \cdot \sin\alpha = -\,0{,}4 \times 10 \times 2 \times 0{,}5 = -\,4\ J$$

◆ $W_{AB}(\vec{R}) = 0$ ؛ عمل الاحتكاك :

$$W_{AB}(\vec{f}) = -\,f \cdot AB = -\,4 \times 2 = -\,8\ J$$

3. الحصيلة الطاقوية :



$$E_{cA} + W_{AB}(\vec{F}) + W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{f}) = E_{cB}$$

4. $E_{cB} = 0 + 18{,}8 - 4 - 8 = 6{,}8\ J \Rightarrow v_B = \sqrt{2 \times 6{,}8 / 0{,}4} \approx 5{,}8\ m/s$

حلّ التمرين 14

توجيه منهجي

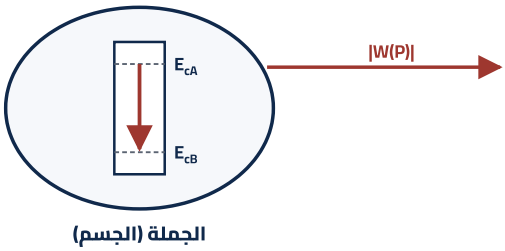
أوجد أوّلا العبارة الحرفية للسرعة، ثمّ قارن بالقيمة التجريبية : الفرق في الطاقة الحركية هو عمل القوة التي أهملناها.

1. بإهمال الاحتكاك : $\vec{P}$ و$\vec{R}$ فقط.

2. الجسم يصعد ارتفاعا $h = AB \cdot \sin\alpha$:

$$W_{AB}(\vec{P}) = -\,m \cdot g \cdot AB \cdot \sin\alpha$$

3. الحصيلة الطاقوية :



$$E_{cA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{cB}$$

4. $\frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 - m \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha$ ، وبالقسمة على $\frac{1}{2} m$:

$$v_B = \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha} = \sqrt{25 - 2 \times 10 \times 2 \times 0{,}5} = \sqrt{5} \approx 2{,}24 \text{ m/s}$$

5. أ) القيمة التجريبية أصغر : الجسم فقد طاقة إضافية بسبب **قوى الاحتكاك** (مع المستوي والهواء) التي أهملناها.

ب) $E_{cA} - m \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha - f \cdot AB = E_{cB}$:

$$f = \frac{\frac{1}{2} m v_0^2 - m \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha - \frac{1}{2} m v_B^2}{AB} = \frac{6{,}25 - 5 - 0{,}5625}{2} \approx 0{,}34 \text{ N}$$

حلّ التمرين 15

توجيه منهجي

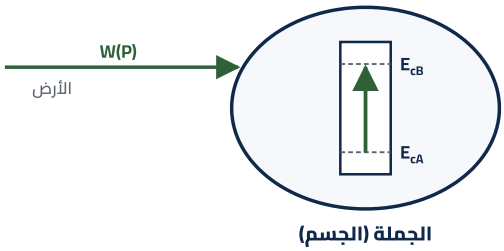
المستوي أملس في البداية : الثقل وحده يعمل. لاحظ أنّ «نصف السرعة» يعني «ربع الطاقة الحركية».

1. القوى : $\vec{P}$ و$\vec{R}$.

2. $h = AB \cdot \sin 10° = 150 \times 0{,}174 \approx 26 \text{ m}$:

$$W_{AB}(\vec{P}) = M \cdot g \cdot h = 95 \times 9{,}8 \times 150 \times 0{,}174 \approx 2{,}43 \times 10^4 \text{ J}$$

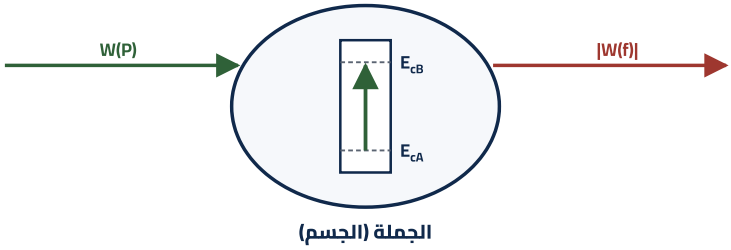
3. الحصيلة الطاقوية :



$E_{cA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{cB}$ مع $E_{cA} = 0$.

4. $v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 150 \times 0{,}174} \approx 22{,}6 \text{ m/s}$

5. أ) الحصيلة الطاقوية :



$0 + W_{AB}(\vec{P}) - f \cdot AB = E_{cB}'$ حيث $v_B' = 22{,}6 / 2 \approx 11{,}3 \text{ m/s}$.

ب) $E_{cB}' = \frac{1}{2} \times 95 \times 11{,}3^2 \approx 6{,}06 \times 10^3 \text{ J}$

$$f = \frac{W_{AB}(\vec{P}) - E_{cB}'}{AB} = \frac{24\,250 - 6\,060}{150} \approx 121 \text{ N}$$

6. على المستوي الأفقي يعمل الاحتكاك وحده : $E_{cB}' - f \cdot BC = 0$

$$BC = \frac{E_{cB}'}{f} = \frac{6\,060}{121} \approx 50 \text{ m}$$

انتبه : خطأ شائع

إذا قُسمت السرعة على 2 فإنّ الطاقة الحركية تُقسم على 4 (لأنّها تتعلّق بـ v^2) :

$E_{cB}' = \frac{1}{4} \times 2{,}43 \times 10^4 \approx 6{,}06 \times 10^3 \text{ J}$.

حلّ التمرين 16

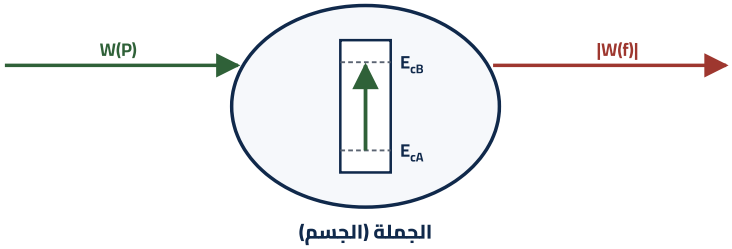
توجيه منهجي

مرحلتان : على المستوي (ثقل + احتكاك)، ثمّ في الهواء (ثقل فقط). اكتب معادلة انحفاظ لكلّ مرحلة على حدة.

1. القوى بين A وB : $\vec{P}$، $\vec{R}$، $\vec{f}$.

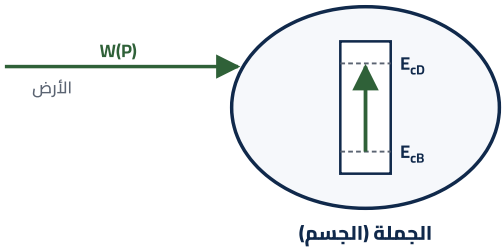
2. $$W_{AB}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot AB \cdot \sin\alpha = 0{,}4 \times 10 \times 5 \times 0{,}5 = 10\ J$$

3. الحصيلة الطاقوية :



$$0 + W_{AB}(\vec{P}) - f \cdot AB = \tfrac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow f = \frac{10 - \frac{1}{2} \times 0{,}4 \times 2^2}{5} = \frac{10 - 0{,}8}{5} \approx 1{,}84\ N$$

4. أ) الحصيلة الطاقوية :



$$E_{cB} + m \cdot g \cdot h = E_{cD}$$

ب) $$h = \frac{\frac{1}{2} m (v_D^2 - v_B^2)}{m \cdot g} = \frac{3{,}5^2 - 2^2}{2 \times 10} = \frac{8{,}25}{20} \approx 0{,}41\ m$$

حلّ التمرين 17

توجيه منهجي

في النوّاس : الخيط يبقى عموديا على المسار الدائري، فلا يعمل. الثقل وحده يعمل، والارتفاع $h = L(1 - \cos\theta)$.

1. $h = L - L\cdot\cos\theta = L(1 - \cos\theta)$، والكرية تنزل من A إلى B :

$$W_{AB}(\vec{P}) = m\cdot g\cdot L(1 - \cos\theta)$$

عدديا : $h = 0{,}8 \times (1 - 0{,}643) \approx 0{,}286\ m$.

2. توتّر الخيط $\vec{T}$ يكون في كلّ لحظة **عموديا على شعاع السرعة** (المسار دائري والخيط على نصف القطر)، فعمله معدوم.

3. $\frac{1}{2} m v_A^2 + m\cdot g\cdot L(1 - \cos\theta) = \frac{1}{2} m v_B^2$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2\cdot g\cdot L(1 - \cos\theta)} = \sqrt{0{,}25 + 2 \times 10 \times 0{,}286} \approx 2{,}44\ m/s$$

4. بين B وموضع التوقّف : $\frac{1}{2} m v_B^2 - m\cdot g\cdot L(1 - \cos\theta_m) = 0$

$$\cos\theta_m = 1 - \frac{v_B^2}{2\cdot g\cdot L} = 1 - \frac{5{,}96}{16} \approx 0{,}627 \Rightarrow \theta_m \approx 51°$$

وهي أكبر من $50°$ لأنّ الكرية دُفعت بسرعة ابتدائية في A.

حلّ التمرين 18

توجيه منهجي

ارتفاع نقطة من الوعاء محدّدة بالزاوية φ مع الشاقول، فوق النقطة السفلى C، هو $R(1 - \cos\varphi)$.

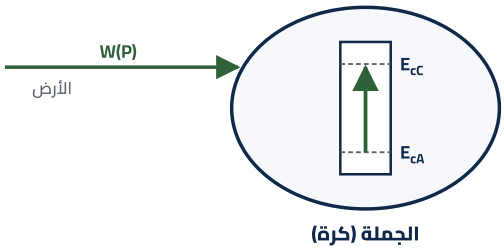
1. $z_A = R(1 - \cos\alpha)$ و $z_B = R(1 - \cos\beta)$:

$$W_{AB}(\vec{P}) = m\cdot g\cdot(z_A - z_B) = m\cdot g\cdot R\cdot(\cos\beta - \cos\alpha)$$

2. C توافق $\beta = 0$:

$$W_{AC}(\vec{P}) = m\cdot g\cdot R\cdot(1 - \cos\alpha)$$

3. الحصيلة الطاقوية :



4. $0 + m \cdot g \cdot R(1 - \cos \alpha) = \frac{1}{2} m v_C^2$

$$v_C = \sqrt{2 \cdot g \cdot R \cdot (1 - \cos \alpha)} = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}1 \times 0{,}5} = 1 \text{ m/s}$$

حلّ التمرين 19

توجيه منهجي

نظّم الحساب في جدول : قوة، زاوية، عمل. وفي الجزء المائل أضف عمل الثقل (مقاوم لأنّ السيارة تصعد).

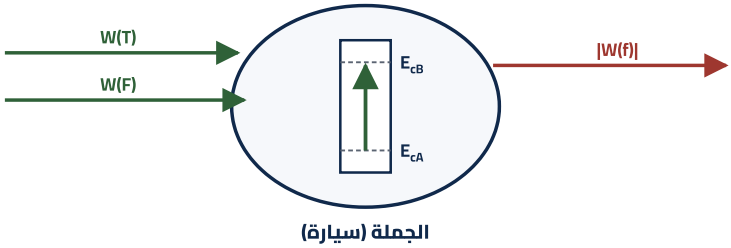
1. أ) القوى : $\vec{P}$، $\vec{R}$، $\vec{T}$ (الحبل)، $\vec{F}$ (الرجال)، $\vec{f}$ (الاحتكاك).

ب)

القوة	العمل على AB بالجول	طبيعته
$\vec{T}$	$800 \times 40 \times \cos 30° \approx 27\,713$	محرّك
$\vec{F}$	$310 \times 40 = 12\,400$	محرّك
$\vec{f}$	$-270 \times 40 = -10\,800$	مقاوم
$\vec{P}$ و $\vec{R}$	0	معدوم

$$\Sigma W_{AB} \approx 27\,713 + 12\,400 - 10\,800 \approx 2{,}93 \times 10^4 \text{ J}$$

جـ) الحصيلة الطاقوية :



$$0 + \Sigma W_{AB} = \tfrac{1}{2}\, m\, v_B^2$$

د)

$$v_B = \sqrt{2 \times 29\,313 / 900} \approx 8{,}1 \text{ m/s}$$

2. أ)

القوة	العمل على BC بالجول	طبيعته
$\vec{T}$	$800 \times 20 \times \cos 30° \approx 13\,856$	محرّك
$\vec{F}$	$310 \times 20 = 6\,200$	محرّك
$\vec{f}$	$-270 \times 20 = -5\,400$	مقاوم
$\vec{P}$	$-900 \times 10 \times 20 \times \sin 10° \approx -31\,256$	مقاوم
$\vec{R}$	0	معدوم

$$\Sigma W_{BC} \approx -1{,}66 \times 10^4 \text{ J}$$

ب) $$v_C = \sqrt{v_B^2 + 2 \cdot \Sigma W_{BC} / m} = \sqrt{65{,}1 - 36{,}9} \approx 5{,}3 \text{ m/s}$$

$\Sigma W_{BC} < 0$: السيارة **تتباطأ** على المستوي المائل.

المستوى 3 تمارين التعمّق

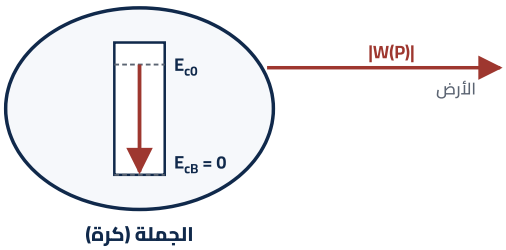
حلّ التمرين 20

توجيه منهجي

اكتب العلاقة النظرية $E_c = f(h)$ أوّلا، ثمّ قارنها بمعادلة البيان $E_c = a \cdot h + b$: الترتيب عند المبدأ والميل يعطيان المجاهيل.

1. الجملة (كرة) وحدها لا تخزّن إلاّ الطاقة الحركية : في O لها E_{c0}، وفي B طاقتها الحركية معدومة.

2. **الحصيلة الطاقوية :**



3. بين **O** وموضع ارتفاعه **h** يكون عمل الثقل مقاوما :

$$E_c = E_{c0} - m \cdot g \cdot h$$

4. البيان خطّ مستقيم : $E_c = -4h + 3{,}2$ (الترتيب عند المبدأ **3,2 J**، وينعدم E_c عند $h = 0{,}8\ m$).

- $OB = 0{,}8\ m$ (حيث $E_c = 0$).
- بالمطابقة : $m \cdot g = 4\ N \Rightarrow$

$$m = 4 / 10 = 0{,}4\ kg$$

- $\Rightarrow E_{c0} = 3{,}2\ J$

$$v_0 = \sqrt{2 \times 3{,}2 / 0{,}4} = 4\ m/s$$

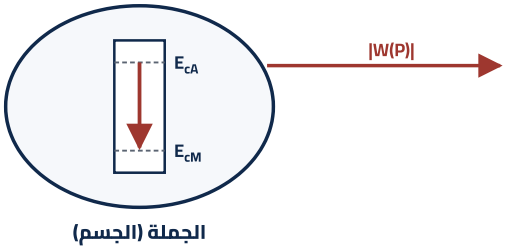
تحقّق : $v_0^2 / 2g = 16 / 20 = 0{,}8\ m$ ✓

حلّ التمرين 21

توجيه منهجي

نفس طريقة التمرين السابق، لكنّ الارتفاع هنا $h = x \cdot \sin \alpha$.

1. القوى : $\vec{P}$ و$\vec{R}$ (لا احتكاك).



2. $$E_c = E_{cA} - m \cdot g \cdot x \cdot \sin \alpha$$

3. من البيان : $E_c = -0{,}5\,x + 0{,}4$. بالمطابقة :

◆ $\Rightarrow m \cdot g \cdot \sin\alpha = 0{,}5\ N$

$$m = 0{,}5 / (10 \times 0{,}5) = 0{,}1\ kg$$

◆ $\Rightarrow E_{cA} = 0{,}4\ J$

$$v_0 = \sqrt{2 \times 0{,}4 / 0{,}1} = \sqrt{8} \approx 2{,}8\ m/s$$

◆ d : قيمة x التي ينعدم عندها E_c :

$$d = 0{,}4 / 0{,}5 = 0{,}8\ m$$

حلّ التمرين 22

توجيه منهجي

عبّر عن الكمية المرسومة على محور التراتيب (v_0^2) بدلالة الكمية المرسومة على محور الفواصل (d) : ستجد علاقة خطّية ميلها يحوي f.

1. القوى : $\vec{P}$، $\vec{R}$، $\vec{f}$.

2. $\Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 - f \cdot d = 0$

$$v_0^2 = \frac{2f}{m} \cdot d$$

3. ميل البيان : $k = 32 / 8 = 4\ m/s^2$. بالمطابقة : $2f / m = 4$

$$f = 4 \times 0{,}4 / 2 = 0{,}8\ N$$

حلّ التمرين 23

توجيه منهجي

بيانان، وعلاقتان نظريتان : $W = F \cdot d$ (ميل البيان الأوّل = F) و$W = \frac{1}{2} m v^2$ (ميل البيان الثاني = $\frac{1}{2} m$).
انتبه إلى وحدة محور التراتيب (10^3 J).

1. $\vec{F}$ موازية للانتقال وفي جهته :

$$W_{AM}(\vec{F}) = F \cdot d$$

2. الثقل وردّ الفعل عملهما معدوم، و$E_{cA} = 0$:

$$W_{AM}(\vec{F}) = \frac{1}{2} m v^2$$

3. ◆ البيان الأوّل : عند $d = 16$ m، $W = 1{,}6 \times 10^3$ J ⇒

$$F = 1600 / 16 = 100 \text{ N}$$

◆ البيان الثاني : عند $v^2 = 8$ m²/s²، $W = 1{,}6 \times 10^3$ J ⇒ $\frac{1}{2} m = 200$ kg ⇒

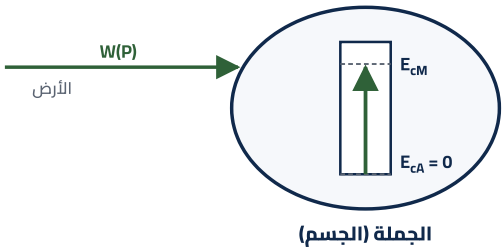
$$m = 400 \text{ kg}$$

حلّ التمرين 24

توجيه منهجي

عيّن h هندسيا (المثلث القائم O، M ومسقط M على الأفقي)، ثمّ قارن العبارة النظرية بمعادلة البيان.

1. الحصيلة الطاقوية :



2. في المثلث القائم : $h = R \cdot \sin\theta \Rightarrow \sin\theta = h / R$. الجسم ينزل والمسار أملس :

$$0 + m \cdot g \cdot R \cdot \sin\theta = E_{cM} \Rightarrow E_c = m \cdot g \cdot R \cdot \sin\theta$$

3. البيان خطّ مستقيم يمرّ بالمبدأ ميله $a = 1 / 0{,}5 = 2\ J$: $E_c = 2 \sin\theta$. بالمطابقة :

$$m \cdot g \cdot R = 2 \Rightarrow m = 2 / (10 \times 0{,}8) = 0{,}25\ kg$$

4. في B : $\theta = 90°$ و $\sin\theta = 1 \Rightarrow E_{cB} = 2\ J$:

$$v_B = \sqrt{2 \times 2 / 0{,}25} = 4\ m/s$$

انتبه : خطأ شائع

$\sin\theta$ لا يتجاوز 1 : البيان يتوقّف عند الموضع B ($\theta = 90°$).

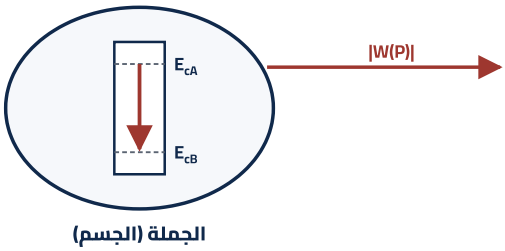
حلّ التمرين 25

توجيه منهجي

اقسم معادلة انحفاظ الطاقة على $\frac{1}{2}\ m$ لتحصل على علاقة بين v^2 وd، ثمّ طابقها مع البيان.

1. $$W_{AB}(\vec{P}) = -\ m \cdot g \cdot d \cdot \sin\alpha$$

2. الحصيلة الطاقوية :



$$\frac{1}{2} m v_0^2 - m \cdot g \cdot d \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} m v^2$$

3. بالقسمة على $\frac{1}{2} m$:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g \cdot d \cdot \sin \alpha$$

4. أ) عند $d = 0$: $\Rightarrow v_0^2 = 25$

$$v_0 = 5 \text{ m/s}$$

ب) الميل : $k = (5 - 25) / (2 - 0) = -10 \text{ m/s}^2$ ؛ معادلة البيان : $v^2 = -10 d + 25$.

جـ) $\Rightarrow 2 \cdot g \cdot \sin \alpha = 10$

$$\sin \alpha = 0{,}5 \Rightarrow \alpha = 30°$$

د) يتوقّف الجسم عندما $v^2 = 0$:

$$AB = 25 / 10 = 2{,}5 \text{ m}$$

(نقطة تقاطع البيان مع محور الفواصل).

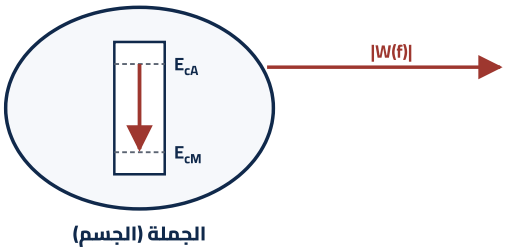
حلّ التمرين 26

توجيه منهجي

على AB الاحتكاك وحده يعمل ؛ بعد B الثقل وحده. استغلّ البيان للجزء الأوّل، ثمّ معادلة انحفاظ جديدة للسقوط.

1. القوى : $\vec{P}$، $\vec{R}$، $\vec{f}$.

2. الحصيلة الطاقوية :



$$\tfrac{1}{2}\, m\, v_0^2 - f \cdot x = \tfrac{1}{2}\, m\, v^2$$

3. بالقسمة على $\tfrac{1}{2}\, m$:

$$v^2 = v_0^2 - (2f/m) \cdot x$$

4. ◆ $\Rightarrow v_0^2 = 10$

$$v_0 \approx 3{,}16 \text{ m/s}$$

◆ الميل : $\Rightarrow 2f / m = 6 \Rightarrow (4 - 10) / 1 = -6 \text{ m/s}^2$

$$f = 6 \times 0{,}4 / 2 = 1{,}2 \text{ N}$$

◆ بيانيا عند $x = 1{,}4 \text{ m}$: $v_B^2 = 1{,}6$ ، وحسابيا : $\Rightarrow 10 - 6 \times 1{,}4 = 1{,}6$

$$v_B \approx 1{,}26 \text{ m/s}$$

5. بين B و E : $\tfrac{1}{2}\, m\, v_B^2 + m \cdot g \cdot BD = \tfrac{1}{2}\, m\, v_E^2$

$$v_E = \sqrt{v_B^2 + 2 \cdot g \cdot BD} = \sqrt{1{,}6 + 10} \approx 3{,}4 \text{ m/s}$$

حلّ التمرين 27

توجيه منهجي

ثلاث مراحل (القوس، الطيران، السقوط) لكن قوة واحدة تعمل : الثقل. يكفي إذن أن تعرف فرق الارتفاع بين الموضعين.

1. $h_C = r - r\cdot\cos\alpha = r(1-\cos\alpha) = 1\times(1-0{,}5) = 0{,}5\ \text{m}$

2. $E_{cB} - m\cdot g\cdot r(1-\cos\alpha) = E_{cC}$:

$$E_{cC} = \tfrac{1}{2}\times 0{,}1\times 4^2 - 0{,}1\times 10\times 0{,}5 = 0{,}8 - 0{,}5 = 0{,}3\ \text{J}$$

$$v_C = \sqrt{2\times 0{,}3 / 0{,}1} = \sqrt{6} \approx 2{,}45\ \text{m/s}$$

3. B وD على نفس الارتفاع $\Rightarrow W_{BD}(\vec{P}) = 0$:

$$E_{cD} = E_{cB} = 0{,}8\ \text{J} \Rightarrow v_D = 4\ \text{m/s}$$

نلاحظ أنّ الجسم يعود إلى D بنفس سرعة مروره بـB (لا احتكاك).

4. $v_N = 2{,}45\times\cos 60° \approx 1{,}22\ \text{m/s}$ و$E_{cN} = \tfrac{1}{2}\times 0{,}1\times 1{,}5 = 0{,}075\ \text{J}$:

$$E_{cB} - m\cdot g\cdot h_N = E_{cN} \Rightarrow h_N = \frac{0{,}8 - 0{,}075}{0{,}1\times 10} \approx 0{,}73\ \text{m}$$

انتبه : خطأ شائع

في أعلى نقطة N السرعة **ليست معدومة** : تبقى لها مركّبة أفقية. لا تكتب $E_{cN} = 0$.

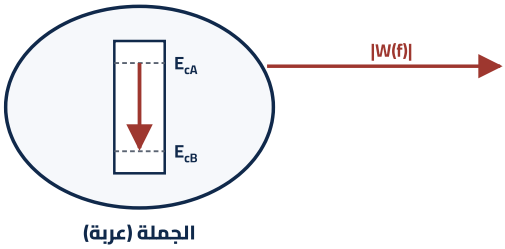
حلّ التمرين 28

توجيه منهجي

الجزء AB : الاحتكاك وحده يعمل. الجزء BC : الثقل وحده يعمل. عيّن h من المثلث القائم O، M ومسقطه.

1. أ) القوى على AB : $\vec{P}$، $\vec{R}$، $\vec{f}$.

ب) الحصيلة الطاقوية :



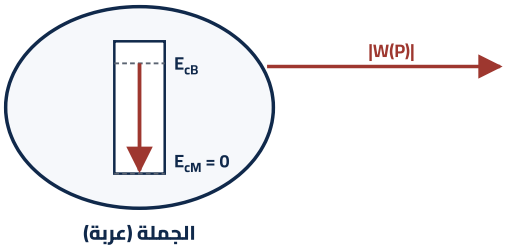
$$\tfrac{1}{2} m v_0^2 - f \cdot AB = \tfrac{1}{2} m v_B^2$$

ج) $$v_B^2 = v_0^2 - \frac{2f \cdot AB}{m} = 16 - \frac{2 \times 1{,}71 \times 1{,}4}{0{,}4} \approx 4{,}0 \Rightarrow v_B \approx 2{,}0 \text{ m/s}$$

2. أ) M تحت المستوي الأفقي OC بمقدار $R \cdot \sin\theta$، وB تحته بمقدار R :

$$h = R - R \cdot \sin\theta = R(1 - \sin\theta)$$

ب) الحصيلة الطاقوية :



$$\tfrac{1}{2} m v_B^2 - m \cdot g \cdot h = 0$$

ج) $$h = \frac{v_B^2}{2g} = \frac{4{,}03}{20} \approx 0{,}20 \text{ m}$$

$$\sin\theta = 1 - h / R = 1 - 0{,}20 / 0{,}5 \approx 0{,}60 \Rightarrow \theta \approx 37°$$

د) لتصل العربة بالكاد إلى C : $h = R$ و $v_C = 0$:

$$v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot R} = \sqrt{10} \approx 3{,}16 \text{ m/s}$$

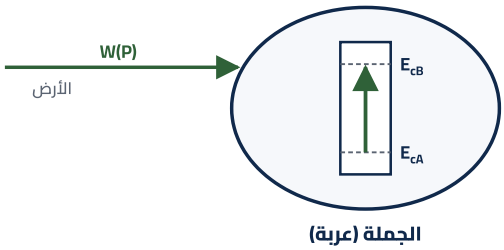
$$v_0 = \sqrt{v_B^2 + 2f \cdot AB/m} = \sqrt{10 + 11{,}97} \approx 4{,}7 \text{ m/s}$$

حلّ التمرين 29

توجيه منهجي

اكتب v_B^2 بدلالة $\cos\alpha$: علاقة خطّية $v_B^2 = a\cdot\cos\alpha + b$. الترتيب عند المبدأ يعطي v_A^2 والميل يعطي R.

1. **الحصيلة الطاقوية :**



الجملة (عربة)

$$\tfrac{1}{2}\,m\,v_A^2 + m\cdot g\cdot h = \tfrac{1}{2}\,m\,v_B^2$$

2. A على المستوي الأفقي المارّ بـO، وB تحته بمقدار $R\cdot\cos\alpha$:

$$h = R\cdot\cos\alpha$$

3. $$v_B^2 = v_A^2 + 2\cdot g\cdot R\cdot\cos\alpha$$

4. أ) الترتيب عند المبدأ : $\Rightarrow v_A^2 = 9$

$$v_A = 3\ \text{m/s}$$

ب) الميل : $\Rightarrow 2\cdot g\cdot R = 10 \Rightarrow (19 - 9) / 1 = 10\ \text{m}^2/\text{s}^2$

$$R = 0{,}5\ \text{m}$$

جـ) في C : $\alpha = 0$ و$\cos\alpha = 1 \Rightarrow v_C^2 = 19$

$$v_C \approx 4{,}36\ \text{m/s}$$

$$m = \frac{2\,E_{cC}}{v_C^2} = \frac{2 \times 0{,}95}{19} = 0{,}1\ \text{kg}$$

5. $\Rightarrow E_{cC} - f \cdot CD = 0$

$$CD = 0{,}95 / 0{,}5 = 1{,}9 \text{ m}$$

حلّ التمرين 30

توجيه منهجي

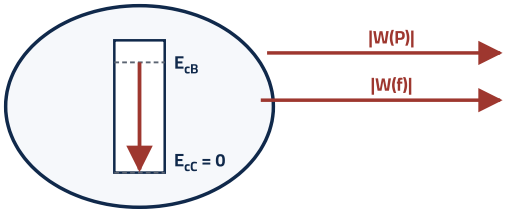
اقرأ من المخطّط السرعة الأعظمية والمدد، واحسب المسافات بالمساحات. ثمّ ابدأ بالمرحلة **BC** (مجهول واحد : **f**)، وبعدها **AB** (مجهول واحد : **F**).

1. أ) من **0** إلى **15 s** : السرعة تتزايد بانتظام من **0** إلى **10 m/s** : حركة **مستقيمة متسارعة بانتظام** (المسار **AB**). من **15 s** إلى **22,5 s** : السرعة تتناقص بانتظام حتى تنعدم : حركة **متباطئة بانتظام** (المسار **BC**).

ب) $AB = \frac{1}{2} \times 15 \times 10 = 75 \text{ m}$; $BC = \frac{1}{2} \times 7{,}5 \times 10 = 37{,}5 \text{ m}$

2. على **AB** : $\vec{P}$، $\vec{R}$، $\vec{F}$، $\vec{f}$. على **BC** : $\vec{P}$، $\vec{R}$، $\vec{f}$.

3. أ) **الحصيلة الطاقوية :**



الجملة (عربة)

ب) $E_{cB} - m \cdot g \cdot BC \cdot \sin \alpha - f \cdot BC = 0$ مع $E_{cB} = \frac{1}{2} \times 50 \times 10^2 = 2500 \text{ J}$:

$$f = \frac{2500 - 50 \times 10 \times 37{,}5 \times 0{,}1}{37{,}5} = \frac{2500 - 1875}{37{,}5} \approx 16{,}7 \text{ N}$$

4. $E_{cB} = 0 + F \cdot AB \cdot \cos 45° - m \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha - f \cdot AB$:

$$F = \frac{2500 + 50 \times 10 \times 75 \times 0{,}1 + 16{,}7 \times 75}{75 \times 0{,}707} = \frac{2500 + 3750 + 1250}{53{,}0} \approx 141 \text{ N}$$

حلّ التمرين 31

توجيه منهجي

تمرين تعمّق : طبّق مبدأ الانحفاظ مرّتين، ثمّ استعمل الشرط المعطى لمغادرة السطح. الهدف الأخير هو علاقة خطّية بين $\cos\theta$ وv_B^2.

1. على **AB** الأفقي، الاحتكاك وحده يعمل : $\frac{1}{2}mv_A^2 - f\cdot d = \frac{1}{2}mv_B^2$

$$v_A^2 = v_B^2 + \frac{2d\cdot f}{m}$$

2. أ) **B** على ارتفاع **r** فوق **O**، و**N** على ارتفاع $r\cdot\cos\theta$:

$$h = r - r\cdot\cos\theta = r(1-\cos\theta)$$

ب) السطح أملس، والجسم ينزل : $\frac{1}{2}mv_B^2 + mgr(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}mv_N^2$

$$v_N^2 = v_B^2 + 2gr(1-\cos\theta)$$

3. أ) $mgr\cos\theta = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgr \Rightarrow mgr\cos\theta = \frac{1}{2}mv_B^2 + 2mgr - 2mgr\cos\theta$:

$$\cos\theta = \frac{2}{3} + \frac{v_B^2}{3gr}$$

ب) الترتيب عند المبدأ $2/3 = 0{,}67 \approx$ ✓. الميل : $(0{,}917 - 0{,}667)/7{,}35 \approx 0{,}034\ s^2/m^2$. بالمطابقة : $\frac{1}{3gr} = 0{,}034$

$$g = \frac{1}{3\times 1\times 0{,}034} \approx 9{,}8\ N/kg$$

جـ) إذا كانت $v_B \approx 0$: $\cos\theta = 2/3 \Rightarrow$

$$\theta \approx 48°$$

وسرعة القذف اللازمة عندئذ :

$$v_A = \sqrt{0 + 2\times 1\times 0{,}8/0{,}1} = 4\ m/s$$

تابعوا الأستاذ

الأستاذ تبيب حكيم

دروس، تمارين محلولة وفيديوهات شرح لتلاميذ الثانوي وفق المنهاج الجزائري

المنصّة التعليمية	www.tebibphysique.com
يوتيوب	youtube.com/@tebibhakim3108
تيك توك	tiktok.com/@tebibhakim2
إنستغرام	instagram.com/physiquetebib
فيسبوك	facebook.com/hakimb.tebib
تيليغرام (القناة)	t.me/tebibphysique
تيليغرام (المجموعة)	t.me/tebib1971

الأستاذ تبيب حكيم — السنة الثانية ثانوي — علوم تجريبية